

# Povezanost matematičkih kompetencija i postignuća u fizici učenika osmih razreda

---

**Macuka, Adriana**

**Master's thesis / Diplomski rad**

**2021**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Rijeka / Sveučilište u Rijeci**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:194:524314>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-03-13**



*Repository / Repozitorij:*

[Repository of the University of Rijeka, Faculty of Physics - PHYRI Repository](#)



SVEUČILIŠTE U RIJECI

ODJEL ZA FIZIKU

**Adriana Macuka**

**POVEZANOST MATEMATIČKIH KOMPETENCIJA  
I POSTIGNUĆA U FIZICI UČENIKA  
OSMIH RAZREDA**

**Diplomski rad**

Rijeka, 2021.



SVEUČILIŠTE U RIJECI



ODJEL ZA FIZIKU

Diplomski studij Fizika i matematika

**Adriana Macuka**

**POVEZANOST MATEMATIČKIH KOMPETENCIJA  
I POSTIGNUĆA U FIZICI UČENIKA  
OSMIH RAZREDA**

**Diplomski rad**

doc. dr. sc. Ivana Poljančić Beljan

prof. dr. sc. Rajka Jurdana Šepić

Rijeka, 2021.

## SAŽETAK

Matematička kompetencija te kompetencija u prirodoslovlju, tehnologiji i inženjerstvu jedne su od ključnih kompetencija za cjeloživotno učenje, a u najvećoj se mjeri razvijaju u nastavi matematike i fizike. Zbog brzog razvoja suvremenog društva, navedene kompetencije imaju sve veću važnost u formiranju sposobnih, motiviranih i promišljajućih građana. Iz tog razloga, potrebno je učenje i poučavanje nastavnih predmeta matematike i fizike ostvarivati uspostavljanjem i jačanjem veza između matematičkih procesa i koncepata iz fizike, logičkog mišljenja, argumentiranja i zaključivanja te primjene matematičkog modeliranja na različite probleme iz područja fizike. Unatoč njihovoj bliskoj povijesnoj i sadržajnoj povezanosti, kroz brojna istraživanja uočene su poteškoće u razumijevanju koncepata iz prirode u nastavi fizike, a koje proizlaze iz slabo razvijenih matematičkih vještina učenika. Nastavno na ta istraživanja, u ovom radu provedeno je istraživanje na stotinjak učenika osmih razreda čija je svrha utvrditi i opisati spomenutu povezanost matematičkih sposobnosti učenika s njihovim postignućima u fizici. Dobivena je statistički značajna pozitivna korelacija između uspjeha učenika na ispitu matematičkog sadržaja te uspjeha na ispitu iz područja fizike čije se rješavanje temelji na korištenju jednakih matematičkih postupaka. Statistički značajna pozitivna korelacija dobivena je i u slučaju pojedinačnih zadataka u ispitima iz matematike i fizike, kao i kod usporedbe rezultata na ispitu iz fizike sa školskim uspjehom iz matematike. Unatoč dobivenim odnosima, nije sa sigurnošću moguće izvesti zaključak o njihovoj uzročno-posljedičnoj vezi stoga je preporuka za daljnja istraživanja provesti detaljniju analizu s ciljem otkrivanja kauzalnosti.

**Ključne riječi:** kompetencije u matematici i fizici, korelacijska analiza

## SADRŽAJ

1. UVOD.....	1
2. POVEZANOST UČENIČKIH MATEMATIČKIH KOMPETENCIJA I POSTIGNUĆA U FIZICI.....	3
2.1. Matematičke kompetencije i kompetencije u prirodoslovlju .....	3
2.2. Povezanost matematike i fizike u školskim udžbenicima .....	5
2.3. Pregled dosadašnjih istraživanja.....	5
3. METODOLOGIJA ISTRAŽIVANJA.....	10
3.1. Konstrukcija zadataka.....	10
3.2. Uzorak i provedba ispitivanja.....	14
3.2.1. Uzorak ispitivanja.....	14
3.2.2. Organizacija i provedba ispitivanja .....	15
3.3. Evaluacija ispita i obrada podataka .....	17
3.3.1. Bodovanje zadataka.....	17
3.3.2. Statistička obrada rezultata.....	19
4. REZULTATI I RASPRAVA.....	21
4.1. Raspodjela učenika po ostvarenosti ukupnih bodova.....	21
4.1.1. Razlike u uspješnosti s obzirom na spol.....	23
4.1.2. Rezultati s obzirom na školski uspjeh .....	24
4.2. Analiza po zadatcima.....	27
4.2.1. Zadatci vezani uz obrnutu proporcionalnost (M1 i F2).....	28
4.2.2. Zadatci vezani uz linearnu ovisnost i rješavanje linearne jednadžbe (M2 i F1) 31	
4.2.3. Zadatci vezani uz linearnu funkciju (M3 i F4).....	32
4.2.4. Zadatci vezani uz usporedbu grafičkih prikaza linearnih funkcija (M4 i F3) ...	35
4.2.5. Zadatci vezani uz crtanje i analizu grafičkog prikaza linearne funkcije (M5 i F5).....	39
5. ZAKLJUČAK.....	43
PRILOZI.....	46
LITERATURA .....	54
POPIS TABLICA .....	59
POPIS SLIKA .....	59

# 1. UVOD

Nastava matematike i fizike ima značajnu ulogu u razvijanju ključnih kompetencija za cjeloživotno obrazovanje koje, između ostalog, uključuju matematičke kompetencije te vještine matematičkog modeliranja svakodnevnih problema iz svijeta fizike. Važno je utvrditi optimalne metode poučavanja matematike i fizike čijim bi se korištenjem ojačala njihova veza, a time i smanjilo nerazumijevanje fizičkih koncepata nastalog na temelju različitih faktora, od kojih se njih najviše odnosi na poteškoće u razumijevanju matematičkih procesa. U ovom radu provedeno je istraživanje kojem je cilj utvrđivanje povezanosti između matematičkih kompetencija i postignuća u fizici, kao prvi korak pri kreiranju inovativnih metoda poučavanja matematike i fizike kao simbiotskih znanosti.

U drugom poglavlju definirani su osnovni pojmovi poput matematičke kompetencije i prirodoznanstvene pismenosti te odgojno-obrazovnih ishoda kao alata za iskazivanje postignuća u nastavi matematike i fizike. Osim toga, u ovom je poglavlju dan kratak pregled sve brojnijih istraživanja koji se bave njihovom vezom, načinom utjecanja jedne na drugu i formiranjem novih modela, alata i pristupa poučavanju s ciljem uspostavljanja i jačanja njihove veze.

U trećem poglavlju opisana je metodologija istraživanja, odnosno način odabira uzorka, konstrukcija ispitnih zadataka te postupak statističke obrade podataka. Uzorak ovog istraživanja čini 101 učenik osmih razreda iz tri osnovne škole Primorsko-goranske i Istarske županije, pri čemu je taj izbor bio ograničen praktičnim mogućnostima. Iako iz različitih škola i poučavani od strane različitih učitelja, svi učenici su ispitivane nastavne sadržaje obrađivali samo jednom i u sklopu jednakog kurikuluma. Istraživanje je provedeno u različitim terminima tijekom svibnja i lipnja 2021. godine, no učenicima su dane jednake upute i pruženi jednaki adekvatni uvjeti. Nadalje, u ovom je poglavlju opisan proces razvoja ispitnih zadataka kojima se ispitivala usvojenost obrazovnih ishoda učenja matematike sedmog razreda i fizike osmog razreda. Konkretnije, na temelju matematičkih zadataka iz područja algebre i funkcija sastavljen je jednak broj zadataka iz različitih područja fizike u kojima je za njihovo rješavanje potrebno primijeniti isti matematički postupak. Svaki je zadatak zahtijevao objašnjenje u obliku prikaza postupka rješavanja, opisa riječima ili grafičkog odgovora, nakon čega je učenicima dan zadatak višestrukog izbora ili zadatak kratkog odgovora. Pri konstrukciji zadataka težilo se ispunjavanju

standardnih kriterija te se vodilo računa o ujednačavanju bodovanja para zadataka kako bi se omogućio što usklađeniji način evaluacije ispitnih zadataka i njihova obrada pomoću statističkih metoda. Statistička obrada podataka odnosi se na prikaz rezultata dijagramima raspršenja te provedbu korelacijske analize čiji je osnovni opis također dan u ovom poglavlju.

U četvrtom poglavlju prikazani su rezultati dobiveni analizom učeničkih odgovora. Raspodjele učenika po ostvarenosti ukupnih bodova i bodova ostvarenih u odgovarajućim parovima zadataka prikazane su dijagramima raspršenja. Osim korelacijske analize dobivenih dijagrama raspršenja koja kao cilj ima utvrđivanje povezanosti učeničkih matematičkih kompetencija i postignuća u fizici, prikazana je veza školskog uspjeha učenika s njihovim postignućima u ispitnim zadacima te je provedena analiza učeničkih odgovora i postupaka rješavanja zadataka s ciljem identificiranja najčešćih učeničkih pogrešaka.

## 2. POVEZANOST UČENIČKIH MATEMATIČKIH KOMPETENCIJA I POSTIGNUĆA U FIZICI

U ovome poglavlju definirani su termini matematičke kompetencije, kompetencija u prirodoslovlju i odgojno-obrazovnih ishoda kao alata za iskazivanje postignuća u nastavi matematike i fizike. Iako su od početaka razvoja znanosti matematika i fizika međusobno povezane i isprepletene, sve se više istraživanja bavi njihovom vezom, načinom utjecanja jedne na drugu i formiranjem novih modela, alata i načina poučavanja s ciljem uspostavljanja i jačanja njihove veze, a pregled nekih od njih dan je u ovom poglavlju.

### 2.1. Matematičke kompetencije i kompetencije u prirodoslovlju

Prema pojmovniku Agencije za znanost i visoko obrazovanje [1], kompetencije predstavljaju „dinamičnu kombinaciju kognitivnih i metakognitivnih vještina, znanja i razumijevanja, međuljudskih, intelektualnih i praktičnih vještina te etičkih vrijednosti“. Cilj svakog obrazovnog programa upravo je razvoj tih kompetencija. Prema Europskom referentnom okviru ključnih kompetencija za cjeloživotno učenje [2] utvrđeno je osam ključnih kompetencija koje se smatraju jednako važnima. Jedna od njih uključuje matematičku kompetenciju te kompetenciju u prirodoslovlju, tehnologiji i inženjerstvu. Već pri definiranju ključnih kompetencija i navođenjem matematičke kompetencije zajedno s kompetencijom u prirodoslovlju primjećuje se njihova isprepletenost. Navedene kompetencije prepoznate su kao važni preduvjeti za razvoj životnih vještina pojedinca te se s ciljem prikupljanja međunarodno usporedivih podataka o kompetencijama učenika<sup>1</sup> njima bave brojna istraživanja, od kojih su najpoznatija međunarodna istraživanja TIMSS (engl. *Trends in International Mathematics and Science Study*) i PISA (engl. *Programme for International Student Assessment*).

Matematička kompetencija definira se kao „sposobnost razvijanja i primjene matematičkog mišljenja i uvida u rješavanju niza problema u svakodnevnim situacijama.“ Ona uključuje „sposobnost i spremnost na upotrebu matematičkih načina razmišljanja i prikaza“ [2] te se temelji na dobroj matematičkoj pismenosti. Matematička pismenost jedno je od triju ključnih područja čije se kompetencije ispituju Međunarodnim

---

<sup>1</sup> Izrazi koji se u ovom diplomskom radu koriste za osobe u muškom rodu su neutralni i odnose se na muške i ženske osobe, ukoliko nije drukčije naglašeno.



programom za procjenu znanja i vještina učenika PISA. Ispitivanje matematičke pismenosti petnaestogodišnjih učenika od velikog je značaja za istraživanje PISA te se kao glavno ispitno područje ispitivala u ciklusima PISA 2003 i PISA 2012, a kao takvo najavljeno je i za ciklus PISA 2021 [3]. PISA definira matematičku pismenost kao „sposobnost formuliranja, primjenjivanja i tumačenja matematike u različitim kontekstima“ [3]. Matematička pismenost obuhvaća i „primjenu matematičkih koncepata, postupaka, činjenica i alata potrebnih za opisivanje, objašnjavanje i predviđanje pojava te pomaže pojedincu da prepozna ulogu koju matematika ima u svijetu“ [3]. Dakle, matematička je pismenost potrebna za povezivanje konteksta problema s matematikom s ciljem njihova rješavanja, što uključuje i probleme iz svijeta fizike.

Osim matematičke pismenosti, PISA ispituje i kompetencije iz prirodoslovlja, odnosno iz područja prirodoslovne pismenosti. Kompetencija u prirodoslovlju odnosi se na „sposobnost i spremnost za objašnjavanje prirodnog svijeta upotrebom postojećeg znanja i primijenjene metodologije, uključujući promatranje i eksperiment, radi postavljanja pitanja i zaključivanja na temelju činjenica“ [2], što uključuje područje fizike, kemije, biologije i znanosti o Zemlji i svemiru. PISA definira prirodoslovnu pismenost kao „sposobnost pojedinca da se angažira oko prirodoslovnih tema i ideja kao promišljajući građanin“ [4], a kao glavno ispitno područje ispitivala se u ciklusima PISA 2006 i PISA 2015. Budući da pruža temeljna i univerzalna znanja, uloga je fizike u prirodoznanstvenom opismenjavanju vrlo važna.

Začetci matematike i matematičkog načina razmišljanja proizašli su iz proučavanja i potrebe za objašnjavanjem pojava u prirodi, stoga nije neobično što se i danas velika pozornost posvećuje razvijanju matematičkih kompetencija te uspostavljanju veza s razumijevanjem pojava i zakonitosti u fizici. Jedan od glavnih ciljeva poučavanja matematike jest rješavanje niza problema u svakodnevnim situacijama, što uključuje i primjenu matematičkog načina mišljenja i prikazivanja (formule, modeli, konstrukcije, grafovi) u fizici. Isto tako, mnogi matematički koncepti usvojeni u nastavi fizike drukčijim pristupima obogaćuju učenje i poučavanje matematike kao nastavnog predmeta [5]. U skladu s tim, glavni odgojno-obrazovni ciljevi predmeta fizike uključuju razvoj formalnog kritičko-logičkog i sustavnog razmišljanja te razvoj vještina modeliranja fizičkih problema korištenjem matematičkih alata [6].

## 2.2. Povezanost matematike i fizike u školskim udžbenicima

Razina dostignutih matematičkih kompetencija u nastavi matematike te kompetencija u prirodoslovlju i postignuća u nastavi fizike iskazuje se razinom usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda. Odgojno-obrazovni ishodi učenja jasni su i nedvosmisleni iskazi kojima se izražava što se od učenika očekuje u određenoj domeni u pojedinoj godini učenja i poučavanja nastavnog predmeta [7, 8]. Vrednovanje procesa i ishoda učenja označava postupke prikupljanja i analiziranja informacija te donošenja profesionalnih procjena o učeničkim rezultatima učenja. Veliku ulogu u ostvarivanju odgojno-obrazovnih ishoda učenja propisanih kurikulumom nastavnog predmeta imaju pristupi i metode poučavanja te odabir nastavnih sredstava.

Osnovno nastavno sredstvo i izvor nastavnih sadržaja potrebnih za ostvarivanje odgojno-obrazovnih ishoda učenja s kojima se učenici najviše susreću i kroz koje upoznaju svijet znanosti jest udžbenik. Široka primjena matematike u drugim područjima i svakodnevnom životu u udžbenicima je prikazana u sklopu uvodnih motivacijskih primjera koji se nerijetko tiču zanimljivih pojava u fizici te zadacima primjene na kraju svake nastavne jedinice zadanim nakon uobičajenih matematičkih zadataka [9-11]. Osim toga, neki udžbenici u matematički sadržaj uključuju i posebno istaknute zanimljivosti iz svijeta znanosti poput rijetko korištenih mjernih jedinica, navođenja poznatih znanstvenika, povijesnih anegdota i kratkih zagonetki ili pokusa [9, 10]. U sklopu nekih nastavnih jedinica dodatno je naglašena povezanost s drugim predmetima i međupredmetnim temama, kao i primjena „iz svijeta rada“ [10]. U udžbenicima iz fizike [12-14] sve se više naglasak stavlja na razumijevanje pojava u fizici korištenjem niza konceptualnih pitanja nakon kojih je dan odgovor, opisom jednostavnih pokusa uz navedene važne zaključke te pitanjima za samovrednovanje na kraju svake nastavne jedinice. Teorijska pitanja i tzv. računski zadatci zastupljeni su u manjoj mjeri, a većina zadataka zadana je uz opširni fizički kontekst i naglašenu primjenu. Dakle, na prvi pogled učenici ne uočavaju vezu fizike s matematikom, već je cilj nesvjesna primjena matematičkih vještina uz naglasak na raspravu o smislenosti rješenja i tumačenju formula i jednadžbi.

## 2.3. Pregled dosadašnjih istraživanja

Iako se danas matematika i fizika poučavaju odvojeno, nije to oduvijek bilo tako te se njihova bliska povijesna povezanost ne smije zanemariti u njihovu učenju i poučavanju

[15, 16]. Upravo iz tog razloga, povezanost matematike i fizike predmet su sve više edukacijskih istraživanja. Osim toga, brojna istraživanja bave se istraživanjem njihove veze [17-19] i razvojem novih digitalnih tehnologija [20] s ciljem napredovanja i rješavanja aktualnih i složenijih problema teorijske fizike i primijenjene matematike. Iako je jedna od najvećih misterija znanosti velika uspješnost u opisivanju složenih koncepata iz prirode najjednostavnijim matematičkim alatima, budući da se govori o vezi i isprepletenosti ovih dviju znanosti, vrijedno je naglasiti da postoje i slučajevi u kojima je fizika pomogla riješiti probleme iz matematike [21] te probleme koji se rješavaju ključnim elementom nastave fizike – eksperimentom [22].

Matematika je jedan od prvih predmeta uključenih u kurikulum osnovne i srednje škole te se smatra temeljem nekoliko nastavnih predmeta, uključujući fiziku. Učenici se prvi puta susreću s fizikom kao nastavnim predmetom i posebnom znanošću u sedmom razredu osnovne škole. Djeca su tada u stadiju razvoja formalnih (apstraktnih) operacija koje su, prema Piagetu<sup>2</sup>, završni stadij kognitivno-razvojne teorije čime se označava završetak kognitivnog razvoja čovjeka. Ne treba pretpostavljati da su svi učenici u ovom stadiju i na početku nastave fizike već razvili matematičko-logičke sposobnosti potrebne za savladavanje pojmova iz fizike [24]. Poželjnije je usredotočiti se na osposobljavanje učenika na samostalno rješavanje problema i zadataka pri upoznavanju osnovnih zakona prirode i pritom težiti nadograđivanju i usavršavanju postojećih matematičkih sposobnosti.

Rješavanje tradicionalnih problema u kojima se primjenjuju ranije usvojene matematičke vještine predstavlja veći dio nastavnih sati iz fizike [25]. Pri rješavanju takvih problema očita je primjena matematičkih postupaka i algoritamskog pristupa rješavanju problema koji karakterizira većinu nastave matematike. Unatoč tome, učenici imaju poteškoća s povezivanjem jednostavnih situacija iz fizike s odgovarajućom matematičkom reprezentacijom [26]. U nekoliko istraživanja [27-30] učenicima su dani matematički zadatci i zadatci iz područja fizike u kojima se zahtijevala primjena pripadajućih matematičkih vještina, a zadatak učenika bio je povezati analogne zadatke i objasniti svoj odabir. Rezultati istraživanja pokazali su veću uspješnost u povezivanju analognih problema u algebarskim problemima, trigonometriji i pri zbrajanju vektora, a poteškoće su primijećene pri povezivanju problema u kojima se koriste integrali [27, 28]. Uočeno je da se učenici prilikom čitanja matematičkog zadatka fokusiraju na ključne riječi ili simbole te

---

<sup>2</sup> Jean Piaget (1896. – 1980.), švicarski psiholog i jedan od najznačajnijih istraživača kognitivnoga razvoja djece te utemeljitelj epistemologije kao eksperimentalne znanosti [23]

kategoriziraju zadatak u određeno područje matematike ovisno o matematičkom postupku koji je potreban za njegovo rješavanje [29]. S druge strane, za kategorizaciju zadataka iz fizike učenicima je trebalo više vremena zbog čitanja i analiziranja zadatka u potpunosti. Provođenjem intervjua i ispitivanjem načina odabira matematičkog alata za rješavanje problema te traženjem objašnjenja svojih povezivanja, primijećeno je da su učenici za zadatke iz fizike ponudili postupak rješavanja u kojem je trebalo primijeniti različite matematičke postupke i svojstva, iako su za analogan matematički zadatak naveli samo neke od njih. Nadalje, analizom tehnika rješavanja zadataka u fizici uočeno je često zapinjanje učenika u određenom dijelu rješavanja zadatka zbog nedovoljnog korištenja kritičkog razmišljanja te korištenja ograničenog broja matematičkih vještina [31]. Uočeno je da učenici ne primjećuju vezu stvarnog svijeta, svijeta fizike i matematičkog svijeta te svaki opisuju različitim karakteristikama [32], što je problematično s obzirom na ciljeve poučavanja matematike i fizike. Učenici nisu svjesni mogućnosti primjene matematičkog alata kojim se uspješno i s lakoćom koriste pri rješavanju jednostavnijih matematičkih zadataka [30, 31].

Najveći broj istraživanja bavi se ispitivanjem korelacije između postignuća u matematici i fizici [33-36], identificiranjem faktora koji utječu na nemogućnost primjene naučenih matematičkih vještina na probleme iz fizike [26, 36, 37] te osmišljavanjem novih pristupa poučavanju fizike kod učenika sa slabim matematičkim sposobnostima [38-40]. U većini istraživanja dobivena je pozitivna i značajna korelacija između ranije usvojenih matematičkih vještina i novostečenog znanja koncepata iz fizike.

Cilj istraživanja koji su u uzorak uključili studente prve godine studija fizike [33, 35, 36] bio je odrediti jesu li znanja stečena na uvodnim kolegijima iz područja fizike povezana s matematičkim vještinama studenata stečenih u srednjoj školi te može li se na temelju podataka o uspjehu u matematici predvidjeti uspjeh studenata u fizici. Razine postignuća u matematici određene su inicijalnim ispitom pisanim prije upisivanja kolegija iz fizike, a za mjerilo uspjeha u fizici korišteni su bodovi ili ocjene proizašle iz tih bodova ostvarenih na završnim ispitima spomenutih kolegija. Iako je dobivena pozitivna korelacija, ona nije konzistentna za sve ispitane grupe, a napominje se i da je izvedba učenika na nekom ispitu indikacija znanja studenta u tom trenutku te ona nije nužno povezana s time što je student naučio kroz cijeli kolegij. Iz toga razloga, za buduća istraživanja predlaže se ispitivanje studenata na početku i na kraju slušanja kolegija radi procjene naučenoga [36] i značajnije točnosti pri predviđanju uspjeha studenata na temelju

prethodnog znanja. Ipak, usporedbom studenata koji nisu i onih koji su slušali i položili matematički kolegij prije kolegija iz fizike dobiveno je da se prethodnim slušanjem matematičkog kolegija razvijaju određene matematičke vještine te je uspjeh u kolegijima iz fizike veći [33, 35]. Odnosno, dobiveno je da matematičke vještine same za sebe ne jamče uspjeh u fizici, ali ako student nema matematičkih vještina, uspjeh u fizici bit će slab. Rezultati ovih istraživanja koriste se pri osmišljavanju novih pristupa poučavanja fizike kod studenata i učenika sa slabijim matematičkim sposobnostima. Kao rješenje ovog problema predlažu se osnovni matematički kolegiji planirani u kurikulumu studija prije kolegija iz fizike ili dodatni materijali za samostalno učenje matematičkih alata potrebnih za uspješno praćenje kolegija iz fizike [39]. Ako se osmisli kvalitetni standardizirani ispit matematičkih vještina, njime bi se mogla predvidjeti mogućnost neuspjeha vrlo rano na početku akademske godine te tako informirati studenta o područjima matematike koje bi bilo poželjno ponoviti [35]. U osnovnoj i srednjoj školi s istim ciljem provode se inicijalne provjere usvojenosti nastavnog sadržaja prethodnih razreda. Od novijih metoda uspješnog integriranja matematike u nastavu fizike bez krutog ponavljanja matematičkih pojmova i postupaka predlaže se ponavljanje osnova matematike kroz manipulaciju varijablama u jednadžbama iz fizike [38]. Time se nastoji povećati samopouzdanje učenika ne ukazujući im na njihovo nesvjesno primjenjivanje matematike čije metode smatraju nejasnima. Ovdje se naglašavaju česte pogreške koju učitelji čine zbog krive procjene matematičkih sposobnosti učenika, a to je rijetko raspravljanje o jednadžbama i matematičkim metodama koje se primjenjuju u nastavi fizike [24, 38, 41]. Na taj način moguće je povećati broj problema koji se naglo pojavljuju u nastavi fizike, iako je moguće da su solidni temelji podignuti u nastavi matematike.

Najčešće identificirani faktori vezani uz slabe matematičke sposobnosti učenika koje utječu na postignuća u fizici odnose se na miskoncepcije iz matematike prenesene u nastavu fizike [37, 43], različitu terminologiju fizike i matematike te poteškoće vezane uz korištenje i povezivanje različitih načina prikaza matematičkih i fizičkih koncepata (crtež, dijagram, graf, tablice, brojevi, simboli) [31, 43, 44]. Pritom se najviše istraživanja bavi poteškoćama vezanim uz povezivanje grafova sa fizikalnim konceptima i stvarnim svijetom [24, 26, 30, 32, 46, 47] te zaključivanje na temelju funkcionalne ovisnosti i proporcionalnosti [47]. Zbog njihove velike primjene u kinematici, većina istraživanja razumijevanja grafova napravljena je za područje kinematike. Iz istog razloga i u ovom su istraživanju jedina dva zadatka u kojima se učenici koriste grafičkim prikazima odnose na

područje kinematike i jednolika gibanja. Općenito, u istraživanjima je izrazito naglašena potreba za kvalitetnom suradnjom učitelja matematike i fizike te ujednačavanju terminologije fizike i matematike [43]. Kod učenika se najčešće javljaju poteškoće pri prebacivanju matematičkih ideja u različita područja te njihovom povezivanju [45], što je zapravo jedan od glavnih ciljeva matematike. Primijećena je učenička bolja riješenost realnih problema koji se ne kategoriziraju kao matematički ili fizički, unatoč primjeni matematičkih metoda i koncepata iz fizike [42]. Iz ovoga slijedi veća potreba za korištenjem takvih problema u nastavi što će kao posljedicu donijeti i uspostavljanje snažnije veze između matematike, fizike i svakodnevnih problema i izazova današnjice.

### 3. METODOLOGIJA ISTRAŽIVANJA

Razvoj ispitnih zadataka obuhvaćao je definiranje matematičkih sadržaja i procesa, kao dijela matematičke kompetencije, potrebnih za proučavanje njihovog utjecaja na rješavanje problema u fizici u kojima se primjenjuju. Osnovni metodološki postupak prikupljanja podataka o učenikovu postignuću je testiranje. Kao instrument testiranja sastavljeni su zadatci koji uključuju matematičke sadržaje sedmog razreda osnovne škole na temelju kojih su sastavljeni odgovarajući zadatci različitih nastavnih sadržaja fizike osmog razreda osnovne škole. Definirane su vrste i broj zadataka u pojedinim područjima, vrijeme trajanja ispitivanja te način ujednačavanja bodovanja para zadataka kako bi se omogućio što usklađeniji način evaluacije ispitnih zadataka i njihova obrada pomoću statističkih metoda.

#### 3.1. Konstrukcija zadataka

Matematički sadržaji definiraju specifične matematičke kompetencije. U svrhu procjene dostignute razine matematičkih znanja, vještina i sposobnosti učenika osmih razreda osnovnih škola i njihovom usporedbom s postignućem u fizici, za potrebe ovog istraživanja sastavljeno je pet zadataka koji uključuju matematičke sadržaje sedmog razreda osnovne škole. Oni proizlaze iz domene *Algebra i funkcije* kurikulumu nastavnog predmeta Matematika [5], a neophodni su za razumijevanje i rješavanje problema u fizici.

Domena *Algebra i funkcije* (oznaka B prema kurikulumu nastavnog predmeta Matematika) uključuje prikazivanje matematičke situacije uz pomoć algebarskih simbola prepoznavanjem pravilnosti i opisivanjem ovisnosti dviju veličina. Učenici manipuliranjem algebarskih izraza modeliraju te situacije s ciljem njihovog tumačenja i grafičkog prikazivanja te rješavanja problema iz svakodnevnog života koji uključuju pravilnosti ili funkcijske ovisnosti [5, 48]. U sedmome razredu domena *Algebra i funkcije* između ostalog uključuje omjer i proporciju, proporcionalne veličine, primjenu proporcionalnosti na rješavanje problema iz svakodnevice, grafički prikaz proporcionalnosti, obrnutu proporcionalnost, linearnu funkciju, graf linearne funkcije i rješavanje linearnih jednadžbi s jednom nepoznicom.

Fizika kao znanost i kao nastavni predmet obuhvaća širok skup spoznaja o prirodi i njezinim zakonitostima koje opisuje koristeći se njihovim međuovisnostima. Za ispravan opis i tumačenje zakonitosti i koncepata u fizici važno je razvijati vještine modeliranja fizičkih problema korištenjem navedenih matematičkih alata te vještina rješavanja problema i vrednovanja rezultata [6]. Osnovni je cilj pri konstrukciji zadataka iz fizike bio obuhvatiti određena matematička znanja, vještine i sposobnosti učenika i „prevesti“ ih u jezik fizike [30]. Za svaki matematički zadatak sastavljena su dva zadatka iz različitih područja fizike u kojima je potrebno isti koncept i matematički postupak primijeniti u različitim kontekstima. Uloga dva zadatka s različitim fizičkim kontekstima bila bi ispitati utječe li specifičan fizički kontekst na uspješnu primjenu matematičkog postupka. Drugim riječima, pitanje je primjenjuju li učenici stečene matematičke kompetencije u jednakoj mjeri neovisno o kontekstu problema koji se rješava [35]. Međutim, nakon revizije pitanja, zbog vremenske ograničenosti rješavanja testova na vrijeme trajanja jednog školskog sata<sup>3</sup>, jednom matematičkom zadatku pridružen je samo jedan zadatak iz područja fizike. Tako je formirano pet zadataka koji uključuju nastavne sadržaje fizike osmog razreda osnovne škole iz domena *Međudjelovanja* (oznaka B), *Gibanje* (oznaka C) i *Energija* (oznaka D) kurikulumu nastavnog predmeta Fizika [6]. Izbor domena ne temelji se na uobičajenoj tematskoj podjeli fizike (mehanika, termodinamika, elektromagnetizam i valovi te odgovarajuća potpodručja), stoga je u *Tablici 1.* uz svaki ishod navedena i konkretna sadržajna cjelina na koju se određena domena odnosi. Navedeni sadržaj na nastavi fizike u osmom razredu poučava se u prvoj polovici školske godine te su svi ispitanici na nastavi već bili za to i vrednovani.

Konačna raspodjela zadataka u testovima prema ishodima prikazana je u *Tablici 1.* pri čemu se pokrate M1 – M5 i F1 – F5 koriste za opis zadataka navedenih u *Prilozima*, gdje broj označava redni broj zadatka prema redoslijedu pojavljivanja u ispitu, a slovo radi li se o zadatku matematičkog (M) ili fizičkog (F) sadržaja. Zadatci u tablici poredani su tako da su u istom retku navedeni matematički zadatak i njemu odgovarajući par iz područja fizike.

---

<sup>3</sup> prema preporukama Ministarstva znanosti i obrazovanja RH i lokalnih Stožera civilne zaštite, vrijeme trajanja jednog školskog sata u uključenim školama bilo je 40 minuta



Tablica 1. Raspodjela ishoda učenja iz pojedine sadržajne cjeline po zadatcima

MATEMATIKA			FIZIKA		
Zadatak	Sadržajna cjelina	Ishodi učenja	Zadatak	Sadržajna cjelina	Ishodi učenja
<b>M1</b>	Obrnuta proporcionalnost	MAT OŠ B.7.3.	<b>F2</b>	Snaga električne struje	FIZ OŠ D.8.3.
<b>M2</b>	Linearna ovisnost. Linearna jednačina.	MAT OŠ B.7.4. MAT OŠ B.7.2.	<b>F1</b>	Električni naboj	FIZ OŠ B.8.1.
<b>M3</b>	Linearna funkcija	MAT OŠ B.7.4.	<b>F4</b>	Jednoliko gibanje	FIZ OŠ C.8.5.
<b>M4</b>	Grafički prikaz linearne funkcije	MAT OŠ B.7.4.	<b>F3</b>	Jednoliko gibanje	FIZ OŠ C.8.5.
<b>M5</b>	Pravokutni koordinatni sustav u ravnini. Grafički prikaz linearne funkcije. Površina mnogokuta	MAT OŠ D.7.2. MAT OŠ B.7.4. MAT OŠ D.7.3.	<b>F5</b>	Promjena brzine i ubrzanje	FIZ OŠ C.8.6.

Pod „ishodi učenja“ navedene su šifre općih ishoda kurikuluma nastavnih predmeta Matematika i Fizika [5, 6], dok ishod rješavanja fizičkih problema (FIZ OŠ (BCD).8.11.) nije naveden, ali se također očekuje i vrednuje kroz sadržaje ostalih ishoda. Iz *Tablice 1.* vidljivo je da zadatci u testu nisu imali jednaki redoslijed, što je učinjeno planirano kako bi se smanjila vjerojatnost povezivanja zadataka i traženih postupaka rješavanja prije samog početka rješavanja zadatka.

Svaki je zadatak zahtijevao objašnjenje u obliku prikaza postupka rješavanja, opisa riječima ili grafičkog odgovora, zbog čega ih se može svrstati u zadatke otvorenog tipa ili konkretnije, u zadatak esejskog tipa. Ispitanici su zatim između više ponuđenih rješenja birali ispravan odgovor na temelju svog računa – zadatak višestrukog izbora gdje je samo jedan od ponuđenih odgovora točan, ili ispunjavali prazninu u rečenici jednoznačnim numeričkim ili tekstualnim odgovorom sa samo jednim mogućim točnim rješenjem – zadatak dopunjavanja.

Osim sadržaja i odabira tipova zadataka, pri konstrukciji zadataka težilo se ispunjavanju određenih kriterija [49]. Standardni zahtjev prilikom konstrukcije zadataka je mjerenje samo jednog obrazovnog ishoda za svaki zadatak. Međutim, usvojenost koncepata jedne domene često je pretpostavka usvajanju koncepata u drugim

domenama [5], stoga su u zadatku M5 osim ishoda iz domene *Algebra i funkcije* važni i ishodi domene *Mjerenje*. U domeni *Mjerenje* (oznaka D) usvajaju se standardne mjerne jedinice, izračunavanjem veličina određuju se mjeriva obilježja oblika te se rezultati interpretiraju i izražavaju u jedinici mjere koja odgovara situaciji [5]. Povezanošću domena matematika se spoznaje kao logička i zaokružena cjelina, te je tek kao takva korisna za primjenjivanje u drugim odgojno-obrazovnim područjima i različitim znanostima, što uključuje i fiziku. Slično, u zadatku M2 se, osim ishoda koji se odnosi na razumijevanje linearne ovisnosti, provjerava dodatan ishod rješavanja linearne jednadžbe s jednom nepoznanicom, pri čemu su ishodi odvojeni a) i b) dijelom zadatka i zadovoljen je sljedeći kriterij konstrukcije zadataka.

Kriterij se odnosi na mogućnost rješavanja svakog zadatka bez obzira na riješenost prethodnih zadataka [49], čemu se težilo pri konstrukciji ovih zadataka. Primjerice, iako je u zadatku M3 jednostavnije riješiti b) i c) dio zadatka ukoliko a) dio zadatka ispravno riješen te je traženo napisano u obliku linearne funkcije, to nije nužan uvjet, što su neki ispitanici i učinili (pogledati 4.2.3.).

Kod zadataka višestrukog izbora, odgovori su poredani prema logičnome redosljedu. U zadacima gdje se za odgovor očekuje brojčana vrijednost, odgovori su poredani od najmanje do najveće vrijednosti. Samo jedan odgovor je točan, a ostali odgovori imaju ulogu ometača, odnosno odgovora koji odudara od ostalih, a svrha mu je privući ispitanike koji ne posjeduju cjelovito znanje o nekom sadržaju. Mnoge studije bave se formiranjem kvalitetnih ometača te naglašavaju njihovu važnost u provođenju istraživanja koji koriste zadatke višestrukog izbora [50, 51]. Međutim, bez prikupljanja učeničkih odgovora pitanjima otvorenog tipa provođenja probnih ispita ili intervjua [51, 52] ili pak novijih metoda automatskog generiranja ponuđenih odgovora [53-55], teško je sastaviti kvalitetne ometače, stoga su u ovom slučaju sastavljeni na temelju prethodnih istraživanja [54, 56] i iskustva u nastavi. Za razliku od zadataka višestrukog izbora, u zadacima dopunjavanja onemogućeno je pogađanje točnog odgovora zato što se od ispitanika zahtijeva samostalno odgovaranje utemeljeno na prethodnom računu. Zadaci dopunjavanja postavljeni su precizno kako bi ispitanik jasno i nedvojbeno znao koji se podatak od njega traži. Mjesto za odgovor označeno je crtama koje su podjednake i dovoljne duljine, kako se ispitaniku ne bi nenamjerno sugerirao točan odgovor čime bi se umanjila valjanost testa.

## 3.2. Uzorak i provedba ispitivanja

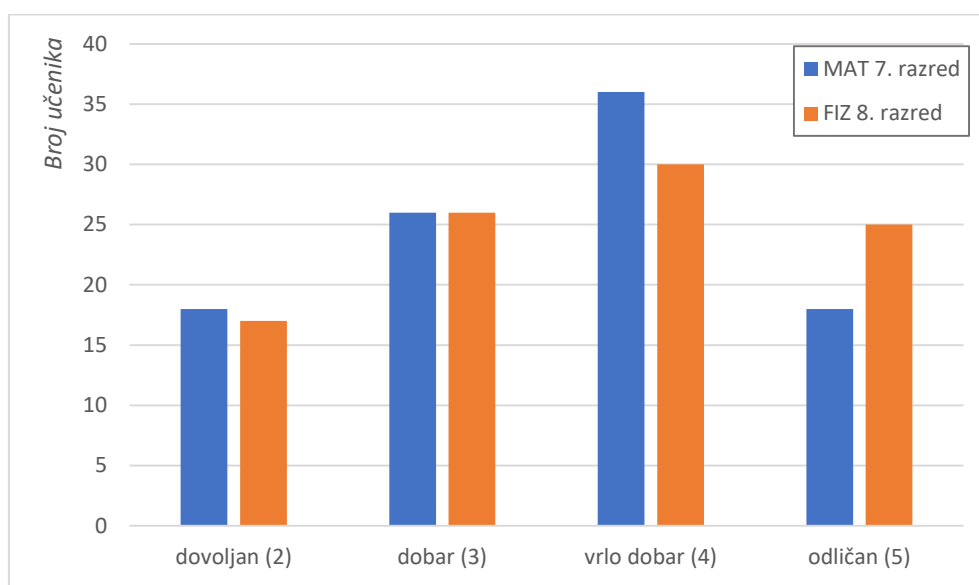
### 3.2.1. Uzorak ispitivanja

Uzorak ispitanika, odnosno dio populacije na kojem povodimo istraživanje, u ovom istraživanju čini 101 učenik osmih razreda iz tri osnovne škole Primorsko-goranske i Istarske županije Republike Hrvatske. Način odabira uzorka reflektira naše ciljeve i želju za kasnijom generalizacijom rezultata, pri čemu je taj izbor nažalost ograničen praktičnim mogućnostima. Tako u ovom slučaju ispitanici predstavljaju neprobabilistički prigodni uzorak, odnosno uzorak čija struktura nije unaprijed definirana i koji nije izabran prema kriteriju matematičke vjerojatnosti, već se u njega uključuju oni pojedinci koji su istraživaču dostupni [57]. Populacija, na koju se istraživanje odnosi, čini 37937 učenika osmih razreda državnih osnovnih škola Republike Hrvatske u školskoj godini 2020./2021. [58]. Zbog pristranosti uzorka, koji čini samo približno 0.26% promatrane populacije, dobiveni zaključci ne mogu se opravdano generalizirati na cijelu populaciju. Za potrebe ovog diplomskog rada diskusija o rezultatima odnosi se na promatrani uzorak. Ukoliko se preciznost unutar istraživanja želi povećati, a pogreška mjerenja smanjiti, u istraživanje je potrebno uključiti više ispitanika.

Uzorak obuhvaća sve učenike odabranih razrednih odjeljenja koji su dobili suglasnost od svojih ravnatelja i nastavnika i koji nisu imali neodgodivih nastavnih obaveza u vrijeme provođenja ispitivanja. Među njima bilo je 54 učenika OŠ Podmurvice u Rijeci, 41 učenik OŠ Centar u Puli te 6 učenika OŠ Vladimira Nazora u Krnici. Svi učenici su samo jednom i u sklopu jednakog kurikuluma proučavali nastavni sadržaj i usvajali pripadne obrazovne ishode učenja koji su se ovim testovima ispitivali. Metode i način poučavanja nastavnih sadržaja nisu zajednički za sve ispitanike, što je i očekivano s obzirom na različitost i jedinstveni pristup poučavanju svakog učitelja nastave matematike i fizike.

U istraživanju nisu sudjelovali učenici koji su ponovno upisali razred te učenici koji imaju određen neki od oblika primjerenog programa odgoja i obrazovanja. Navedeno se ne odnosi na darovitu djecu. Uključivanje učenika s teškoćama u razvoju nužno bi zahtijevalo nekoliko različitih i individualiziranih prilagodbi ispita i obrade rezultata, stoga su u istraživanju sudjelovali samo učenici osmih razreda osnovnih škola koji pohađaju redoviti program, nemaju teškoća u razvoju i koji nastavu slušaju na hrvatskome jeziku i pismu.

Od 101 učenika, troje učenika riješilo je samo jedan dio ispitnih zadataka zbog izostanka s nastave za vrijeme provođenja drugog dijela, stoga nisu promatrani pri obradi podataka. Od 98 preostalih ispitanika, ostvarena je ravnomjerna zastupljenost ispitanika prema spolu – u istraživanju je sudjelovalo 45 dječaka i 53 djevojčice. Zastupljenost učenika po pojedinim zaključnim ocjenama iz matematike u sedmom razredu i fizike u osmom razredu prikazana je na *Slici 1*.



*Slika 1.* Grafički prikaz raspodjele učeničkih zaključnih ocjena iz matematike u sedmom razredu i fizike u osmom razredu

### 3.2.2. Organizacija i provedba ispitivanja

Iako je provedba ispitivanja bila predviđena za veljaču i ožujak 2021. godine, neposredno nakon poučavanja nastavnih sadržaja iz fizike čije se razumijevanje ispituje sastavljenim zadacima, zbog epidemioloških razloga i uvođenja *online* nastave u škole<sup>4</sup>, odgođena je na svibanj i lipanj 2021. godine. Iz istog razloga nije bilo moguće doći u uključene škole i osobno provesti ispitivanje, stoga je ostvarena intenzivna suradnja i komunikacija s učiteljima uključenih škola koji su zatim prema detaljnim uputama samostalno proveli ispitivanje. Jedno od bitnijih nastojanja u organizaciji ispitivanja bilo je smanjiti opterećenje škola tijekom pripreme i organizacije ispita. Učiteljima se omogućila fleksibilnost u odabiru termina provođenja ispitivanja što znači da to nisu sve škole istovremeno učinile. Međutim, škole su geografski udaljene, a učenici nisu ni na koji način

<sup>4</sup> prema *Modelima i preporukama za rad u uvjetima povezanim s COVID-19 u pedagoškoj/školskoj godini 2020./2021.* Ministarstva znanosti i obrazovanja RH uključene škole su dio nastave drugog polugodišta školske godine 2020./2021. provodile na daljinu [59]

mogli unaprijed vidjeti i riješiti zadatke, stoga se time nije utjecalo na rezultate. Osim toga, svim učenicima pruženi su adekvatni uvjeti i dane jednake upute.

Svaki učenik prvo je na rješavanje dobio ispit sa zadacima iz područja fizike, a zatim na sljedećem nastavnom satu ispit sa zadacima iz područja matematike. Ovakav redoslijed izabran je namjerno zbog pretpostavke da bi se obrnutim redoslijedom više utjecalo na odabir matematičkih postupaka pri rješavanju zadataka iz područja fizike. Između provođenja dvaju ispita prošlo je između dva i pet dana, ovisno o rasporedu nastave uključenih škola.

Svaki se ispit provodio 30 minuta, od kojih je 5 minuta odvojeno na davanje uputa, dijeljenje ispita i naposljetku prikupljanje riješenih ispita, a 25 minuta na samo rješavanje zadataka. Procjena vremena potrebnog za rješavanje ispita uključivala je prethodno davanje ispita na rješavanje učiteljima fizike i matematike. Prosječno vrijeme potrebno za rješavanje oba ispita šest učitelja je 25 min i 19 s, stoga se približno toliko vremena, točnije 25 minuta, dalo učenicima za rješavanje samo jednog ispita.

Prije rješavanja zadataka, učenici su dobili jednake upute. Upućeni su na rješavanje ispita olovkom, s mogućnošću brisanja odgovora gumicom, a osim pribora za pisanje bilo je dopušteno koristiti geometrijski pribor te džepno računalo. Naglasak je stavljen na anonimnost podataka što je, između ostaloga, bio pokušaj poticanja na rješavanje zadataka i prikaz postupka rješavanja unatoč mogućem neznanju ili nesigurnosti. Na početnoj stranici oba ispita, učenici su trebali navesti spol i zaključnu ocjenu iz nastavnog predmeta fizika u osmom razredu i nastavnog predmeta matematika u sedmom razredu. Pozitivna strana odgode provođenja ispitivanja na samom kraju školske godine bila je ta što su učenici tada znali zaključnu ocjenu predmeta osmog razreda, što u ožujku ne bi bilo moguće. Nadalje, učenici su na oba ispita trebali napisati osobnu šifru sastavljenu od riječi i četiri broja, kako bi pri evaluaciji i obradi podataka bilo moguće spariti ispite svakog učenika.

### 3.3. Evaluacija ispita i obrada podataka

#### 3.3.1. Bodovanje zadataka

Svaki zadatak ima točno određeni broj bodova. Pri konstrukciji zadataka vodilo se računa o usklađenosti bodovanja matematičkog zadatka i odgovarajućeg para iz fizike te je formirano bodovanje prikazano u *Tablici 2*.

Tablica 2. Raspodjela bodova po zadacima

ZADATAK		Maksimalan broj bodova
M1	F2	2
M2	F1	2
M3	F4	3
M4	F3	3
M5	F5	5
$\Sigma$		15

Kvantitativna analiza rješenja zadataka obuhvaća statističku obradu podataka prema kodovima koji su opisani u *Tablici 3*.

Tablica 3. Kodovi i opis kodova korištenih pri kvantitativnoj analizi zadataka, modificirano prema [48]

KOD	OPIS KODA
11	Točan odgovor dobiven je matematički/fizički korektnim postupkom.
12	Točan odgovor bez prikazanog postupka.
01	Odabrana je matematički korektna metoda ili fizički korektna formula i koncept, ali je učinjena greška u računskim operacijama.
02	Odabrana je matematički korektna metoda ili fizički korektna formula i koncept, ali je postupak pogrešno proveden.
03	Korištena je matematički korektna metoda ili fizički korektna formula i koncept, ali postupak nije proveden do kraja.
04	Korištena je matematički korektna metoda ili fizički korektna formula i koncept i dobiven je točan odgovor, ali je pogrešno preveden u zapis koji se traži ili je krajnji zapis rješenja pogrešno napisan.
05	Korištena je matematički nekorektna metoda ili fizički nekorektna formula i koncept, ali je dobiveno točno rješenje.
06	Dobro je postavljen i rješavan zadatak, ali su korišteni pogrešni podatci (slijedi grešku).
07	Ostali netočni odgovori (korištena je matematički nekorektna metoda i nije dobiveno točno rješenje, zaokruženo je ili napisano netočno rješenje bez postupka, ...)
00	Učenik nije ni pokušao riješiti zadatak.

Razrada kodova i njihovog opisa ključna je za postizanje što veće objektivnosti pri bodovanju rješenja zadataka. Kodovi u tablici primjer su analitičkog ključa za odgovore koji se primjenjuje kada je zadatak raščlanjen u nekoliko čestica [60]. Potpuno točan odgovor na zadatak donosi maksimalan broj bodova. Polovični ili nepotpuni odgovori donose manje bodova od maksimalno mogućih bodova, i to za određene kodove navedene u *Tablici 1*.

U slučaju zadataka M1, M2 te F1 i F2 maksimalno je moguće ostvariti dva boda i to samo u slučaju koda 11, kada je postupak rješavanja zadataka korektan te je među ponuđenim odgovorima zaokružen onaj točan. Jedan bod dodijeljen je u slučaju preostalih kodova, izuzev kodova 07 i 00 kod kojih nije ostvaren nijedan bod.

Osim zadataka M5 i F5, ostali su zadatci raščlanjeni u nekoliko čestica od kojih točno rješavanje svake donosi maksimalno jedan bod, stoga je tako moguće ostvariti maksimalan broj bodova samo u slučaju kad je za svaku česticu dobiven maksimalan broj bodova. Konkretno, u zadatcima M3 i F4 za svaki dio zadatka moguće je ostvariti jedan bod samo u slučaju koda 11. U a) dijelu zadatka priznati su različiti, ali matematički korektni odgovori. U b) i c) dijelu zadatka za ostvarivanje jednog boda obavezno je prikazati postupak rješavanja čime se onemogućuje pogađanje točnog odgovora. Iz tog razloga se ne dodjeljuju bodovi u slučaju koda 12, kao ni u preostalim slučajevima. U zadatcima M4 i F3 postupak rješavanja i posljednji dio zadatka u kojem se određuje iznos najvećeg koeficijenta smjera pravca, odnosno najveće brzine, boduju se na jednak način kao zadatci M1, M2 te F2 i F1. Središnji dio zadatka zadan u obliku zadatka višestrukog izbora bodovan je jednim bodom za zaokružen točan odgovor i s nula bodova u slučaju kodova 07 i 00. Dakle, u ovom dijelu zadatka za ostvarivanje boda nije nužno dati objašnjenje zbog čega nije moguće isključiti metodu pogađanja točnog odgovora. Međutim, priroda zadatka je takva da se može riješiti intuicijom i logičkim razmišljanjem, iako je dio učenika ipak dao objašnjenje riječima ili u obliku skice.

Zadatci M5 i F5 raščlanjeni su u tri dijela, od kojih prvi a) dio nosi maksimalno jedan bod, a b) i c) dijelovi po dva boda. U a) dijelu moguće je ostvariti maksimalan broj bodova u slučaju koda 11 koji se odnosi na u potpunosti ispravan grafički prikaz traženih podataka te u slučaju koda 01 koji se odnosi na netočno ucrtanu jednu ili dvije točke ili prikaz pravca dužinom. Kod 12 ovdje nije primjenjiv, a za ostatak se ne ostvaruju bodovi. Preostala dva dijela zadatka boduju se jednako kao zadatci M1, M2 te F2 i F1. Ovdje je

važno napomenuti problematiku zadataka M5 i F5. Naime, ovi zadatci nose najveći dio bodova u ispitima, a riješeni su najslabije (pogledati 4.2.5.). Unatoč ovoj problematici, bodovanje nije modificirano iz razloga navedenih u potpoglavlju 4.2.5. Kako bi se ovaj problem ubuduće nastojao izbjeći, trebalo bi provesti probne testove ili intervjuirati probnu grupu učenika zadatcima otvorenog tipa [51, 52].

Podatci o učenicima te bodovi dobiveni na temelju *Tablice 3.* uneseni su u programski paket *Origin*, nakon čega je slijedila njihova statistička obrada.

### 3.3.2. Statistička obrada rezultata

Prije njihove statističke obrade, provedena je organizacija podataka. Ona uključuje kodiranje, odnosno kvantificiranje svih varijabli i njihovo unošenje u tablicu s podacima u programskom paketu *Origin*. Kodiranje ostvarenog broja bodova na pojedinom zadatku opisan je u prethodnom potpoglavlju koristeći se *Tablicom 3.* Podatci o učenicima kodirani su pretvaranjem opisnih vrijednosti u brojeve. U slučaju spola broj 1 dodijeljen je dječacima, a broj 2 djevojčicama. Zaključnim ocjenama dodijeljena je uobičajena vrijednost, broj 5 odličnoj ocjeni, 4 vrlo dobroj, 3 dobroj, 2 dovoljnoj, a nedovoljan (1) kao zaključne ocjene nije bilo.

Budući da je cilj istraživanja utvrditi povezanosti nekog skupa varijabli, smatramo ga korelacijskim istraživanjem. Velika prednost korelacijskog istraživanja je njegovo jednostavno provođenje [57]. Prikupljeni podatci uneseni su u programski paket *Origin* tako da svaki redak tablice predstavlja jednog ispitanika, a u stupce tablice smještene su varijable izmjerene unutar istraživanja. Za grafički prikaz korelacije u koordinatnom sustavu koristi se dijagram raspršenja u kojem je svaka statistička jedinica, tj. ispitanik, prikazan uređenim parom. Koordinate uređenih parova u ovom slučaju predstavljaju broj ostvarenih bodova na ispitima. Zbog malog raspona bodova na pojedinom zadatku, jednom uređenom paru pridruženo je više ispitanika. Za određivanje broja ispitanika pridruženih jednom uređenom paru korišten je *Microsoft Excel*. U dijagramu raspršenja cilj je uočiti grupiranje nakupina točaka oko regresijske krivulje, koja je u slučaju linearne korelacije pravac, čime se ispituje korelacija među promatranim obilježjima skupa. Koeficijenti  $a$  i  $b$  pravca zadanog jednačinom  $y = ax + b$  dobivaju se metodom najmanjih kvadrata koja minimizira vrijednosti kvadrata udaljenosti između opaženih podataka i pravca, kako bi nakupina od dobivenih  $N$  točaka ležala „najbliže pravcu regresije od  $y$  u odnosu na  $x$ “ [61]. Koeficijenti su dobiveni koristeći se gotovim funkcijama programskog paketa *Origin*.



Potvrđuju li podatci prikupljeni unutar istraživanja testiranu hipotezu provjerava se pomoću Pearsonovog koeficijenta korelacije  $r$  te vjerojatnosti slučajne pojave dobivenog rezultata  $p$ , tzv.  $p$ -vrijednosti, koje je također moguće dobiti koristeći se gotovim funkcijama programskog paketa *Origin*.

Pearsonov koeficijent  $r$  mjera je linearne korelacije među obilježjima  $X$  i  $Y$ . Opis linearne korelacije u ovisnosti o koeficijentu  $r$  među obilježjima  $X$  i  $Y$  [61] dan je u *Tablici 4*.

*Tablica 4.* Snaga korelacije u ovisnosti o Pearsonovom koeficijentu korelacije [61]

Snaga korelacije	Raspon koeficijenta $r$
neznatna	$ r  \leq 0,3$
srednja	$0,3 <  r  \leq 0,5$
značajna	$0,5 <  r  \leq 0,7$
tijesna	$0,7 <  r  \leq 0,9$
vrlo tijesna	$0,9 <  r $

Vrijednost koeficijenta  $r$  jest iz podskupa realnih brojeva  $[-1,1]$ , gdje predznak koeficijenta označuje smjer korelacije. Negativne vrijednosti predstavljaju negativnu, a pozitivne pozitivnu korelaciju, dok bi vrijednost 0 značila da korelacije nema.

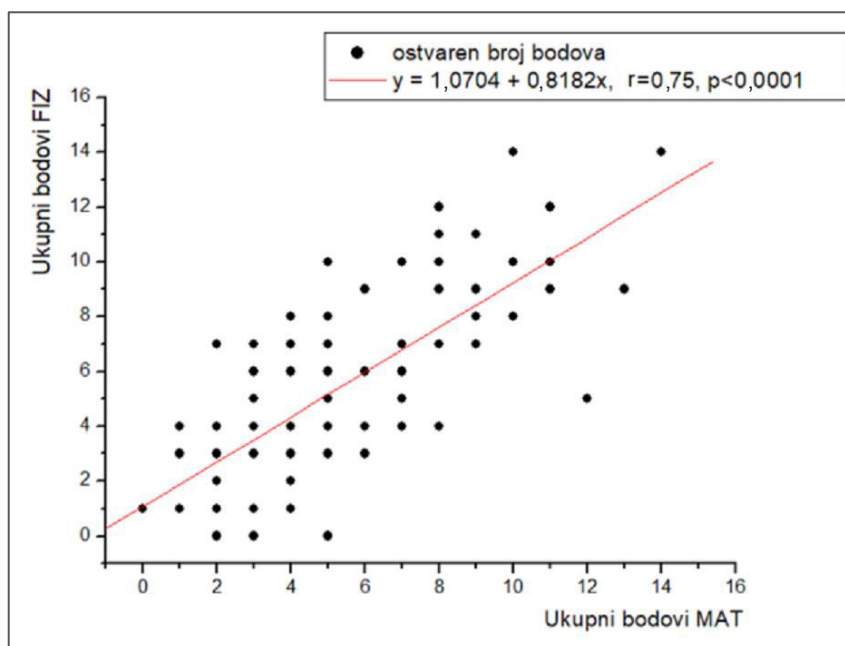
Prije interpretacije koeficijenta  $r$ , potrebno je testirati statističku značajnost pomoću  $p$ -vrijednosti. Ona se koristi za testiranje nul hipoteze, koja u ovom slučaju glasi: „Ne postoji statistički značajna korelacija između razine usvojenosti matematičkih kompetencija i postignuća u fizici“. Ukoliko se korelacija između podataka pokaže statistički značajnom može se zaključiti da se ona vjerojatno nije dogodila slučajno. Kako  $p$ -vrijednost predstavlja vjerojatnost, ona mora biti realni broj između 0 i 1. Obično se nul hipoteza odbacuje za  $p$ -vrijednosti manje od 0,05 te se korelacija tada može proglasiti statistički značajnom.

Unatoč jednostavnom provođenju korelacijskog istraživanja, glavni nedostatak ovakve analize jest ostavljanje razloga utvrđene ili neutvrđene korelacije nejasnima. Za dobiven odnos može postojati mnoštvo uzroka i objašnjenja te je potrebno naglasiti da se korelacija ne može uvijek interpretirati kauzalno, odnosno iako su povezane, jedna varijabla ne mora izravno utjecati na promjenu druge.

## 4. REZULTATI I RASPRAVA

### 4.1. Raspodjela učenika po ostvarenosti ukupnih bodova

Raspodjela učenika po ostvarenosti ukupnih bodova na ispitima prikazana je dijagramom raspršenja na *Slici 2*.



*Slika 2.* Dijagram raspršenja učenika prema ukupnim ostvarenim bodovima

Svaki učenik u dijagramu raspršenja prikazan je točkom, pri čemu  $x$  koordinata predstavlja broj ostvarenih bodova na ispitu matematičkog sadržaja, a  $y$  koordinata broj ostvarenih bodova na ispitu iz područja fizike. Na dijagramu jedan uređeni par može predstavljati više učenika, što utječe na nagib regresijskog pravca prikazanog crvenom bojom. Korelacija između postignuća na ispitu iz matematike te postignuća na ispitu iz fizike može se proglasiti statistički značajnom zbog  $p$ -vrijednosti koja je u ovom slučaju manja od 0,0001. Snaga korelacije je, prema *Tablici 4.* i vrijednosti koeficijenta  $r = 0,75$ , tijesna i pozitivna. Dakle, učenici s boljim postignućima u matematici uglavnom imaju i bolja postignuća u fizici, odnosno učenici koji postižu niske rezultate u matematici uglavnom postižu niske rezultate i u fizici.

Učenički rezultati na ispitu raspoređeni su u šest razina postignuća. Pragovi razina postignuća određeni su proizvoljno, tako da približno jednak broj bodova pripada svakoj

razini. Razine postignuća i njihovi pragovi jednaki su za oba ispita, a zajedno s brojem učenika koji pripadaju pojedinoj razini prikazani su u *Tablici 5.* i *Tablici 6.*

*Tablica 5.* Razine postignuća na ispitu iz matematike i broj ispitanika u pojedinoj razini

Razina postignuća iz matematike	Bodovna granica razina	Broj učenika (N)	Postotak učenika (%)
ispod niske razine	manje od 3 boda	22	22,4
niska razina	3-5 bodova	35	35,7
srednja niža razina	6-8 bodova	25	25,5
srednja visoka razina	9-11 bodova	13	13,3
visoka razina	12-13 bodova	2	2,0
iznad visoke razine	14-15 bodova	1	1,0

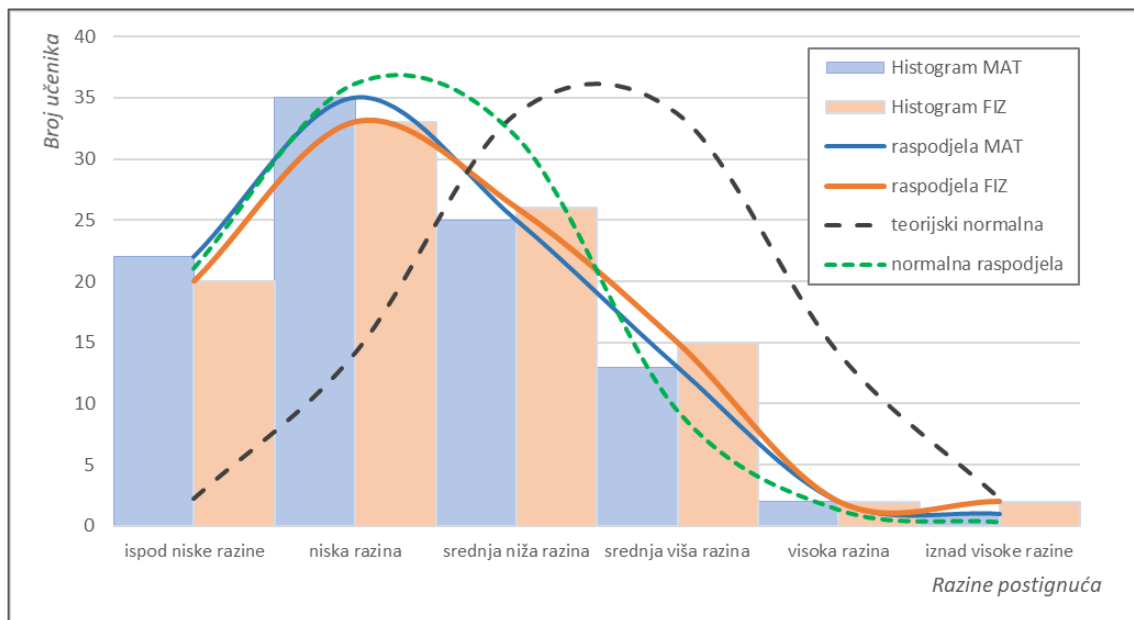
*Tablica 6.* Razine postignuća na ispitu iz fizike i broj ispitanika u pojedinoj razini

Razina postignuća iz fizike	Bodovna granica razina	Broj učenika (N)	Postotak učenika (%)
ispod niske razine	manje od 3 boda	20	20,4
niska razina	3-5 bodova	33	33,7
srednja niža razina	6-8 bodova	26	26,5
srednja visoka razina	9-11 bodova	15	15,3
visoka razina	12-13 bodova	2	2,0
iznad visoke razine	14-15 bodova	2	2,0

Na *Slici 3.* prikazana je raspodjela rezultata učenika iz *Tablice 5.* i *Tablice 6.* Dobiveni rezultati prikazani histogramom frekvencija mogu se usporediti s normalnom raspodjelom. Krivulja normalne raspodjele za ove rezultate dobivena je na osnovu njihove aritmetičke sredine (5,387755) i standardne devijacije ( $\sigma = 3,199594$ ), a na *Slici 3.* označena je zelenom isprekidanom linijom. Može se primijetiti da ona ne slijedi teorijski očekivanu normalnu raspodjelu označenu crnom isprekidanom linijom te je s obzirom na nju pomaknuta ulijevo. Razlog pomaknutosti je aritmetička sredina koja je manja od njene očekivane vrijednosti. Prema stupnju simetrije<sup>5</sup>, raspodjele za oba ispita smatraju se pozitivno asimetričnima [62], odnosno velik broj učenika koncentriran je u

<sup>5</sup> Simetričnost, odnosno asimetričnost raspodjele može se promatrati prema odnosu aritmetičke sredine i medijana. Tako je raspodjela pozitivno asimetrična kad je aritmetička sredina podataka veća od medijana, a negativno asimetrična kad je aritmetička sredina manja od medijana [62].

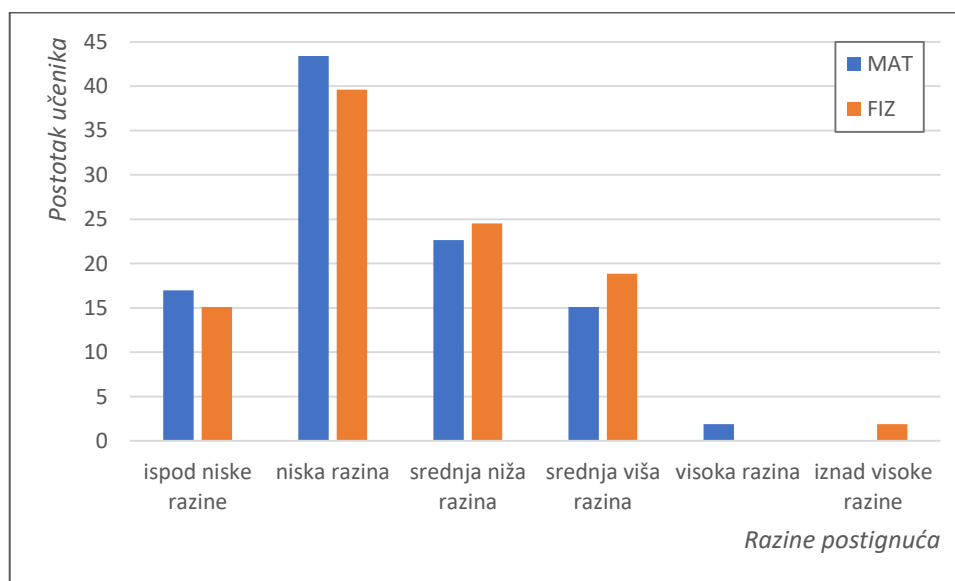
lijevom dijelu histograma koji se odnosi na niže razine postignuća. Bez obzira na niža postignuća, može se uočiti da se raspodjele postignuća za fiziku i matematiku gotovo podudaraju te da među njima postoji korelacija.



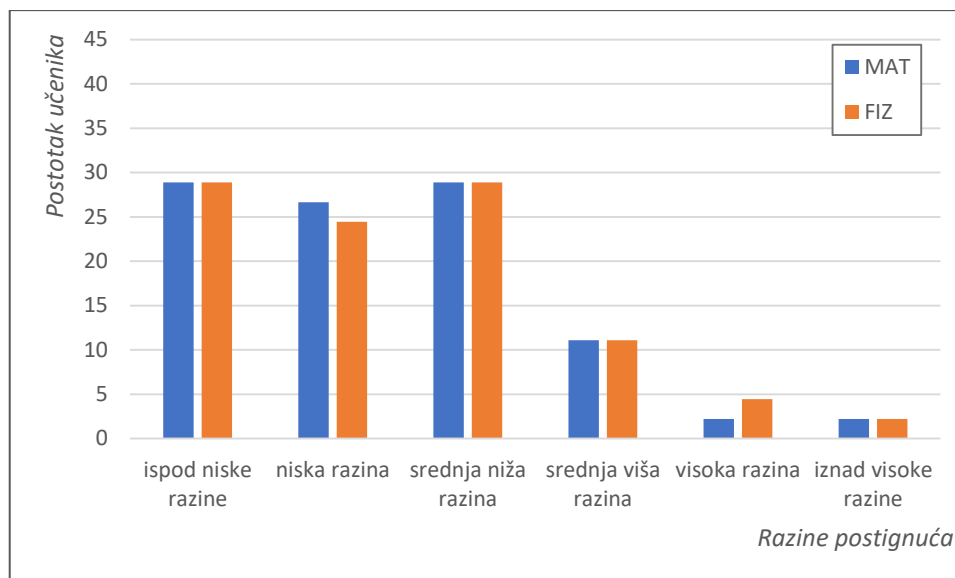
Slika 3. Grafički prikaz raspodjele učeničkih rezultata po razinama postignuća i usporedba s normalnom raspodjelom

#### 4.1.1. Razlike u uspješnosti s obzirom na spol

Raspodjele rezultata učenica i učenika po razinama postignuća prikazane su na Slici 4. i Slici 5.



Slika 4. Grafički prikaz raspodjele rezultata učenica po razinama postignuća



Slika 5. Grafički prikaz raspodjele rezultata učenika po razinama postignuća

Učenice i učenici postigli su približno jednaku uspješnost na oba ispita. Manja razlika u korist učenica može se uočiti usporedbom njihovih prosječnih rezultata, prikazanih u *Tablici 7*.

Tablica 7. Aritmetička sredina ukupno ostvarenih bodova na pojedinom ispitu s obzirom na spol

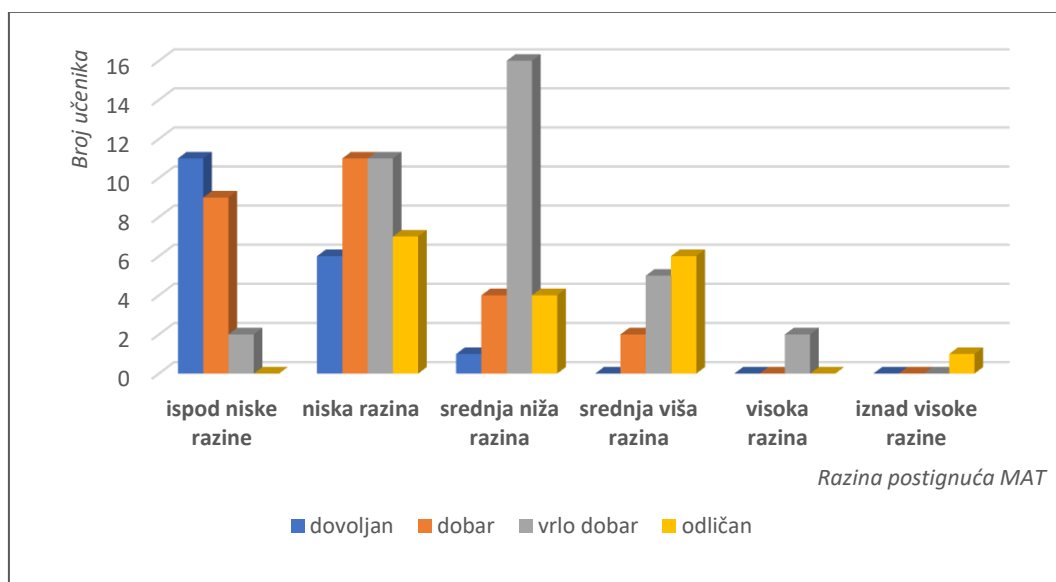
	Matematika	Fizika
Učenice	5,377	5,604
Učenici	5,311	5,200

#### 4.1.2. Rezultati s obzirom na školski uspjeh

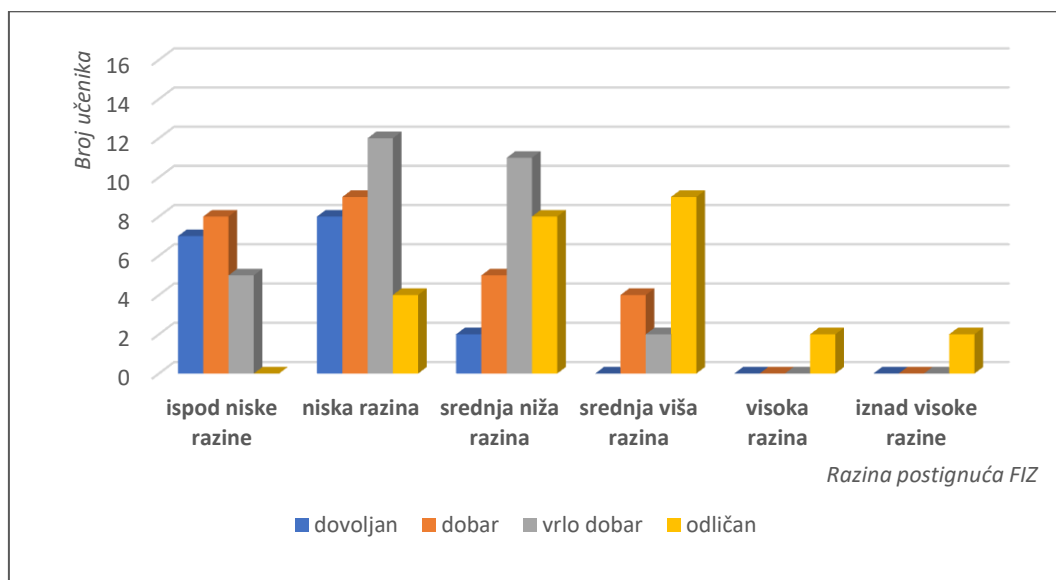
Usporedbom raspodjele učeničkih rezultata po razinama postignuća prikazane na *Slici 3*. s raspodjelom školskog uspjeha učenika prikazanog na *Slici 1.*, dobiveni su rezultati na ispitu iz matematike s obzirom na ocjene iz matematike u sedmom razredu te rezultati na ispitu iz fizike s obzirom na ocjene iz fizike u osmom razredu, što je prikazano na *Slici 6.* i *Slici 7.*

Korelacijskom analizom utvrđena je značajna i pozitivna ( $r = 0,56, p < 0,0001$ ) povezanost školskog uspjeha u matematici sedmog razreda i rezultata na ispitu iz matematike. Jednak zaključak može se donijeti i za povezanost školskog uspjeha u fizici osmog razreda i rezultata na ispitu iz fizike ( $r = 0,55, p < 0,0001$ ). Međutim, unatoč zadatcima koji su prilagođeni učenicima osmog razreda, iz grafičkih prikaza na *Slici 6.* i

*Slici 7.* vidljivo je da rasponi raspodjela kod svih kategorija ocjena obuhvaćaju uglavnom niže četiri razine postignuća, dok je visoku i iznad visoke razine postignuća dostiglo tek nekoliko učenika, ocjenjeno ocjenom vrlo dobar (4) i odličan (5) iz matematike u sedmom razredu i ocjenom odličan (5) iz fizike u osmom razredu. Ovo upućuje na velike varijacije u kriteriju školskog vrednovanja iste razine usvojenosti obrazovnih ishoda učenja.

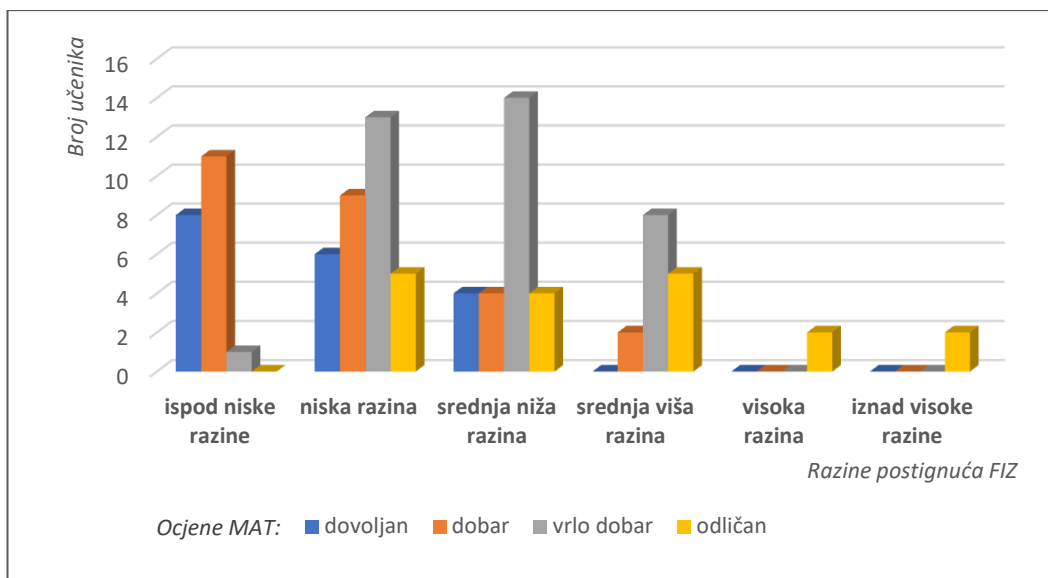


*Slika 6.* Grafički prikaz raspodjele kategorija ocjena iz matematike u sedmom razredu po razinama postignuća na ispitu iz matematike



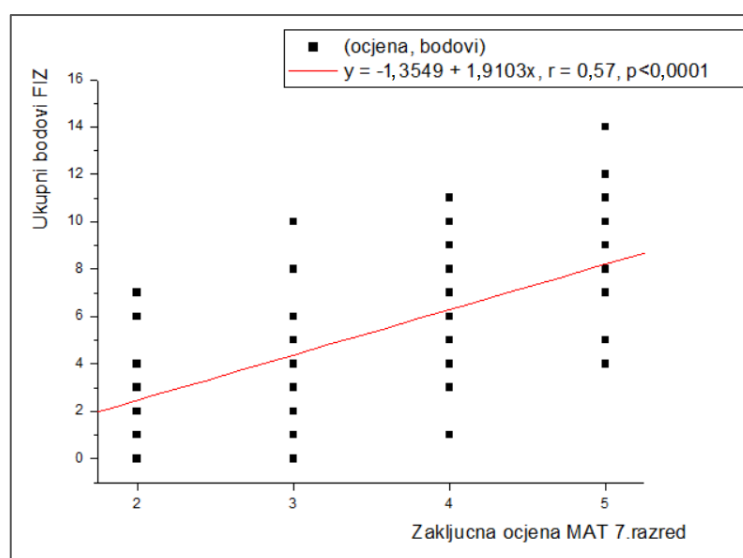
*Slika 7.* Grafički prikaz raspodjele kategorija ocjena iz fizike u osmom razredu po razinama postignuća na ispitu iz fizike

Raspodjela školskog uspjeha u matematici sedmog razreda i rezultata na ispitu iz fizike prikazana je na *Slici 8.*



Slika 8. Grafički prikaz raspodjele kategorija ocjena iz matematike u sedmom razredu po razinama postignuća na ispitu iz fizike

Raspodjela učenika po ostvarenosti ukupnih bodova na ispitu iz fizike u odnosu na ocjene iz matematike sedmog razreda prikazana je dijagramom raspršenja na Slici 9. Analizom praznine u gornjem lijevom kutu dijagrama raspršenja može se zaključiti da učenici s nižim ocjenama iz matematike ne postižu visok uspjeh u ispitima iz fizike. Međutim, praznina u donjem desnom kutu dijagrama raspršenja nije toliko izražena, stoga postoji mogućnost da visoka ocjena iz matematike ne jamči visok uspjeh u fizici. Budući da je korelacijskom analizom navedena povezanost utvrđena značajnom i pozitivnom ( $r = 0,57$ ,  $p < 0,0001$ ), može se zaključiti da učenici s višim školskim uspjehom iz matematike u sedmom razredu uglavnom imaju i viši rezultat na ispitu iz fizike.



Slika 9. Dijagram raspršenja učenika po ostvarenosti ukupnih bodova na ispitu iz fizike u odnosu na zaključnu ocjenu matematike sedmog razreda

## 4.2. Analiza po zadatcima

Osim raspodjele učenika po ostvarenosti ukupnih bodova na ispitima, provedena je analiza postignuća za parove zadataka čije se rješavanje temelji na korištenju jednakih matematičkih postupaka.

Rezultati učenika na pojedinom zadatku izraženi postotkom dobiveni su koristeći se kodovima iz *Tablice 3.*, a prikazani su u *Tablici 8.* i *Tablici 9.* Ukoliko je u nekom zadatku primijećeno više različitih metoda rješavanja zadataka, svaka od njih bit će dodatno komentirana u nastavku analize, no nije navedena u tablicama.

Tablica 8. Rezultati učenika na pojedinom zadatku ispita iz matematike

Zadatak		TOČNO	djelomično točno	NETOČNO		
		u potpunosti točno		netočan postupak	prazno	
M1.	postupak	38%	/	6%	56%	
	odgovor	57%	/	22% A) 9% C)	12%	
M2.	a)	51%	1%	7%	41%	
	b)	67%	/	12% B) 15% C)	6%	
M3.	a)	38%	17%	8%	37%	
	b)	41%	12%	6% A) 27% B) 3% ostalo	11%	
	c)	21%	10%	7% B) 25% C) 1% ostalo	36%	
M4.	postupak	20%	9%	1%	70%	
	odgovor	62%	/	15% B) 21% C)	2%	
	iznos	9%	/	5%	86%	
M5.	a) crtež	52%	15%	/	33%	
	b)	postupak	7%	6%	1%	86%
		iznosi	6%	8%	9%	77%
	c)	postupak	5%	5%	/	90%
iznos		1%	9%	5%	85%	

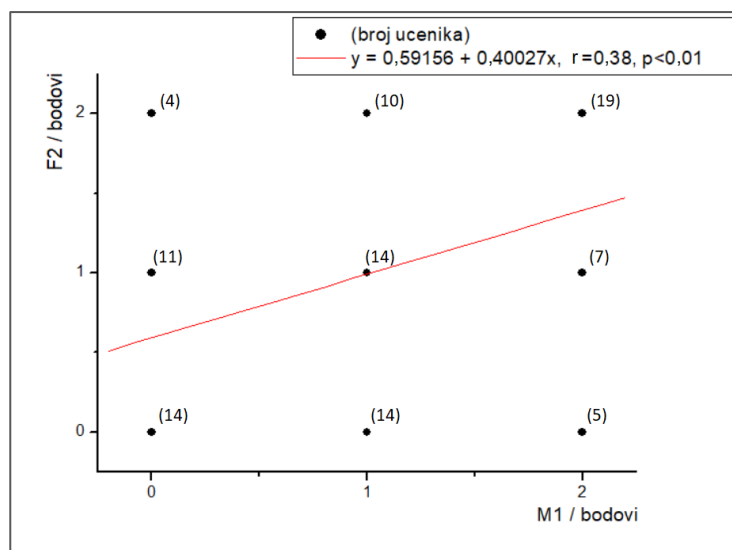


Tablica 9. Rezultati učenika na pojedinom zadatku ispita iz fizike

Zadatak		TOČNO		NETOČNO		
		u potpunosti točno	djelomično točno	netočan postupak / formula	prazno	
F2.	postupak	41%	/	18%	41%	
	odgovor	57%	/	27% B) 5% C)	11%	
F1.	a)	38%	24%	11%	27%	
	b)	73%	/	14% B) 9% C)	4%	
F4.	a)	36%	2%	33%	29%	
	b)	53%	4%	15% A) 9% C) 1% ostalo	18%	
	c)	23%	4%	32% B) 13% C) 1% ostalo	27%	
F3.	postupak	50%	1%	16%	33%	
	odgovor	65%	/	7% B) 24% C)	4%	
	iznos	25%	3%	14%	58%	
F5.	a) crtež	17%	8%	7%	68%	
	b)	postupak	8%	1%	2%	89%
		iznosi	7%	12%	1%	80%
	c)	postupak	3%	4%	5%	88%
		iznos	1%	2%	3%	94%

#### 4.2.1. Zadatci vezani uz obrnutu proporcionalnost (M1 i F2)

Raspodjela učenika po ostvarenosti bodova u zadacima M1 i F2 prikazana je dijagramom raspršenja na *Slici 10*.



Slika 10. Dijagram raspršenja postignutih bodova u zadacima M1 i F2

Korelacija između postignuća u zadatku M1 te postignuća u zadatku F2 može se proglasiti statistički značajnom zbog  $p$ -vrijednosti koja je u ovom slučaju manja od 0,01. Snaga korelacije je, prema *Tablici 4.* i vrijednosti koeficijenta  $r = 0,38$ , srednja i pozitivna. Dakle, rezultati ostvareni rješavanjem zadatka M1 kojim se ispituje sposobnost prepoznavanja i opisivanja obrnuto proporcionalnih veličina u matematici linearno ovise o rezultatima u zadatku F2 kojim se ispituje sposobnost primjene obrnute proporcionalnosti pri rješavanju problemskih situacija u fizici.

U matematičkom zadatku M1 učenici su u potpunosti točno prikazali postupak rješavanja zadatka na različite načine – 33% koristilo je metodu strelica, 3% učenika dalo je objašnjenje definicijom obrnuto proporcionalnih veličina, 2% učenika prikazalo je obrnuto proporcionalnost iz zadatka formulom. Pojmove proporcionalnih i obrnuto proporcionalnih veličina u svom opisu zamijenilo je 6% učenika, a 56% učenika nije ni pokušalo prikazati postupak, što je zabrinjavajuće s obzirom na zastupljenost koncepta proporcionalnosti i obrnute proporcionalnosti u problemskim situacijama iz stvarnog života i s njihovom zastupljenosti u nastavi fizike, geografije, kemije i biologije [5]. Iako veliki postotak učenika nije prikazao postupak rješavanja, kod zadatka višestrukog izbora samo 12% učenika nije zaokružilo nijedan od ponuđenih odgovora, a razlozi ove razlike mogu uključivati nedovoljno razvijenu sposobnost matematičke komunikacije ili pak nasumično zaokruživanje odgovora. Točan (B) odgovor zaokružilo je 57% učenika, dok je 22% učenika zaokružilo netočan (A) odgovor, a 9% učenika netočan (C) odgovor. Iako je više od polovice učenika zaokružilo točan odgovor, možemo pretpostaviti da je dio učenika pomiješalo pojmove proporcionalnih i obrnuto proporcionalnih veličina, stoga se veći postotak učenika opredijelio na A odgovor koji se odnosi na proporcionalne veličine, a manji postotak na C odgovor koji opisuje dvije obrnuto proporcionalne veličine kao međusobno neovisnima.

Riješenost zadatka F2 u kojem je bilo potrebno primijeniti svojstva obrnuto proporcionalnih veličina na vezu električne struje, napona i snage električne struje slična je riješenosti zadatka M1, što se može uočiti usporedbom *Tablice 8.* i *Tablice 9.* Međutim, dok je velik postotak učenika zadatak M1 objasnio pomoću metode strelica, zadatak F2 je tom metodom riješilo samo 10% učenika korištenjem formule  $P = UI$ . Ostatak učenika koji su dobili maksimalne bodove za postupak rješavanja odlučilo se za računski prikaz - 19% učenika zadatak je riješilo računanjem konkretnih jakosti električne struje, a 12%

učenika postavljanjem razmjera. Primjeri rješenja učenika za oba postupka prikazani su na *Slici 11.* i *Slici 12.* U oba prikazana slučaja, učenici su zaokružili točan odgovor.

<p><i>Postupak rješavanja:</i></p> $880 = 220 \cdot I_E$ $I_E = 880 : 220$ $I_E = 4 \text{ A}$	$P = 880 \text{ W}$ $U_A = 110 \text{ V}$ $U_E = 220 \text{ V}$ <hr/> $I_A = ?$ $I_E = ?$	$P = U \cdot I$ $880 = 110 \cdot I_A$ <hr/> $I_A = 880 : 110$ $I_A = 8 \text{ A}$
--	---	---

*Slika 11.* Primjer učeničkog točnog postupka rješavanja zadatka F2 – određivanje jakosti električne struje

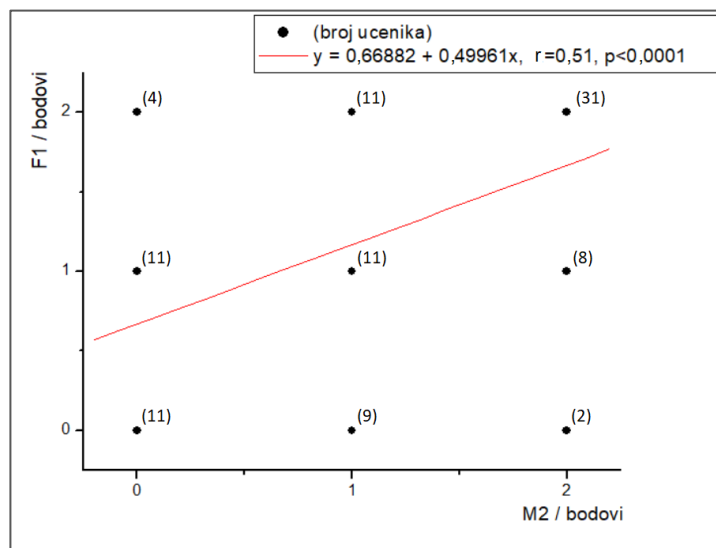
<p><i>Postupak rješavanja:</i></p> $P = 880 \text{ W}$ $U_E = 220 \text{ V}$ $U_A = 110 \text{ V}$	$P = U \cdot I$ $I = \frac{P}{U}$ $U_E = 2 \cdot U_A$	$I_E = \frac{P}{U_E} = \frac{P}{2U_A}$ $I_A = \frac{P}{U_A} = \frac{P}{U_A}$ <p style="text-align: center;">↓</p> $I_E \cdot 2U_A = I_A \cdot U_A \rightarrow I_E < I_A$ $2 \cdot I_E = I_A$
--	---	--

*Slika 12.* Primjer učeničkog točnog postupka rješavanja zadatka F2 – usporedba i postavljanje razmjera

Zanimljivo je da je dio učenika (5%) koji su zadatak rješavali drugim postupkom (*Slika 12.*) zaokružio netočan (B) odgovor, dok su svi učenici koji su izračunali konkretne vrijednosti (*Slika 11.*) zaokružili točan (A) odgovor. U usporedbi s matematičkim zadatkom M1, broj učenika koji nije pokušao ni riješiti zadatak (41%) je manji, a broj učenika čiji je postupak rješavanja netočan (18%) je veći. U postupku je 13% učenika samo postavilo zadatak navođenjem poznatih i nepoznatih podataka, a 5% se koristilo netočnom formulom  $U = PI$  ili  $I = PU$ . Kod zadatka višestrukog izbora situacija je vrlo slična matematičkom zadatku M1, pri čemu je 57% učenika zaokružilo točan (A) odgovor, a 11% učenika nije zaokružilo nijedan odgovor. Kod zaokruživanja netočnih odgovora, ponovno se zbog zamjene pojmova proporcionalnih i obrnuto proporcionalnih veličina veći dio učenika (27%) priklonio netočnom (B) odgovoru, nego netočnom (C) odgovoru koji podrazumijeva stalnost jakosti električne struje unatoč promjeni napona uz konstantnu vrijednost snage električne struje.

#### 4.2.2. Zadatci vezani uz linearnu ovisnost i rješavanje linearne jednadžbe (M2 i F1)

Raspodjela učenika po ostvarenosti bodova na zadacima M2 i F1 prikazana je dijagramom raspršenja na *Slici 13*.



*Slika 13.* Dijagram raspršenja postignutih bodova u zadacima M2 i F1

Korelacija između postignuća u zadatku M2 te postignuća u zadatku F1 može se proglasiti statistički značajnom zbog  $p$ -vrijednosti koja je u ovom slučaju manja od 0,0001. Snaga korelacije je, prema *Tablici 4.* i vrijednosti koeficijenta  $r = 0,51$ , značajna i pozitivna. Dakle, rezultati ostvareni rješavanjem zadatka M2 kojim se ispituje sposobnost razumijevanja linearne ovisnosti i rješavanja linearne jednadžbe u matematici linearno ovise o rezultatima ostvarenim u zadatku F1 kojim se ispituje sposobnost modeliranja i rješavanja problema linearnom ovisnošću u fizici.

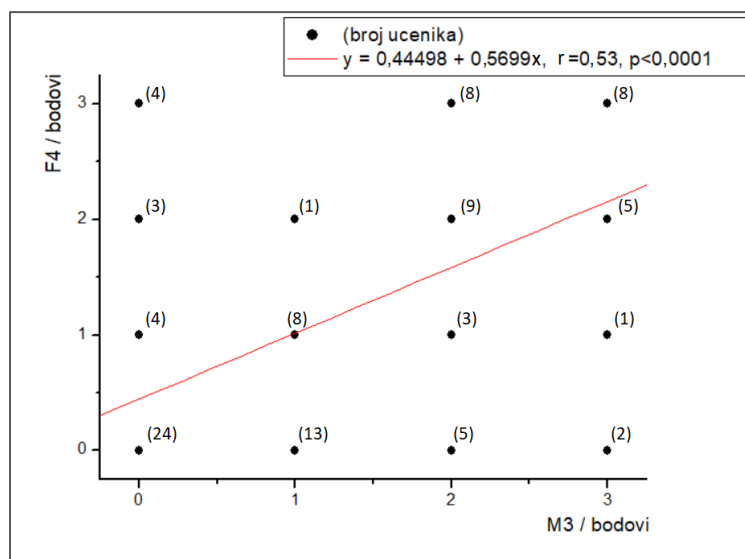
U matematičkom zadatku M2 51% učenika u potpunosti je točno prikazalo postupak rješavanja zadatka rješavanjem linearne jednadžbe  $12 \text{ cm} = \frac{0}{5}$ . Jedan učenik (1%) je zadatak riješio skicom mnogokuta s označenim (jednakim) duljinama stranica, ali je mnogokut skiciran kao nekonveksan. 2% učenika nakon postavljanja zadatka nije znalo uvrstiti duljinu stranice  $a$  u zadanu linearnu ovisnost  $a = \frac{0}{5}$ . Nakon uvrštavanja duljine stranice pravilnog mnogokuta, 5% učenika netočno je riješilo linearnu jednadžbu zapisujući  $0 = \frac{a}{5} = \frac{12 \text{ cm}}{5}$ . Na taj način učenici su za opseg pravilnog peterokuta duljine stranice 12 cm dobili vrijednost od 2,4 cm, što upućuje na nedostatak preispitivanja smislenosti rješenja kod učenika. Osim toga, zabrinjavajuće je što je i za ovaj zadatak velik dio učenika, njih 41%, postupak pustilo praznim, iako je zadatak zahtijevao samo tzv.

„uvršćavanje u formulu“. Slično kao i kod zadatka M1, ućenici su bili uspješniji u dijelu zadatka koji nije zahtijevao prikaz postupka, pa je tako toćan (A) odgovor zaokružilo 67% ućenika, netoćan (B) odgovor 12% ućenika, netoćan (C) odgovor 15% ućenika, a 6% ućenika nije zaokružilo nijedan od ponućdenih odgovora. Postotak ućenika koji se odlućio za netoćan (C) odgovor je iznenaćujuće velik, a mogući razlog je nerazumijevanje matematićkog jezika u kojem se za operaciju zbrajanja koristi izraz „povećati za“.

Riješenost zadatka F1 u kojem je bilo potrebno prepoznati linearnu ovisnost jakosti elektrićne struje i kolićine naboja, koja prolazi presjekom vodića u nekom vremenu, i zapisati ju formulom slična je riješenosti zadatka M2, što se moće uoćiti usporedbom *Tablice 8.* i *Tablice 9.* Dok je veći postotak ućenika u zadatku M2 toćno prikazalo zadatak, kod zadatka iz fizike moće se primijetiti da je veći broj ućenika pokućalo riješiti zadatak nego što je to bio slućaj kod zadatka M2. Naime, 27% ućenika nije ni pokućalo riješiti zadatak, 11% koristilo se netoćnom formulom ( $Q = \frac{t}{I}, Q = \frac{I}{t}$ ), a kod 24% ućenika zadatak je bio dobro postavljen, ali je krajnji zapis rješenja pogrešno napisan zbog netoćne pretvorbe mjernih jedinica min u s. Zadatak vićestrukog izbora je riješen uspješnije – 73% ućenika zaokružilo je toćan (A) odgovor, 14% netoćan (B) odgovor, 9% netoćan (C) odgovor, a samo 4% ućenika nije zaokružilo nijedan od ponućdenih odgovora.

#### 4.2.3. Zadatci vezani uz linearnu funkciju (M3 i F4)

Raspodjela ućenika po ostvarenosti bodova na zadatcima M3 i F4 prikazana je dijagramom raspršenja na *Slici 14.*



Slika 14. Dijagram raspršenja postignutih bodova u zadatcima M3 i F4

Korelacija između postignuća u zadatku M3 te postignuća u zadatku F4 može se proglasiti statistički značajnom zbog  $p$ -vrijednosti koja je u ovom slučaju manja od 0,0001. Snaga korelacije je, prema *Tablici 4.* i vrijednosti koeficijenta  $r = 0,53$ , značajna i pozitivna.

Oba zadatka (M3 i F4) raščlanjena su u tri dijela, stoga će se svaki dio analizirati posebno. U a) dijelu matematičkog zadatka M3 ispitala se usvojenost načina zapisivanja linearne funkcije. Od učenika se očekuje sposobnost prelaženja iz jednog u drugi zapis iste ovisnosti dviju veličina, što je u potpunosti točno učinilo 38% učenika koristeći zapise  $y = 3x + 1$  ili  $f(x) = 3x + 1$ . Matematički nekorektan zapis koristilo je 17% učenika zapisujući „funkciju“ kao  $x = 3x + 1$ . Zbog poteškoća s razumijevanjem zapisa funkcije riječima, 8% učenika koristilo je zapise poput  $3 + x + 1$ ,  $x + 3x + 1$ ,  $x = 3 + 1$ ,  $x^3 + 1$  i  $3x = x + 1$ . 37% učenika odgovor u a) dijelu zadatka pustilo je praznim. Unatoč praznim odgovorima ili netočnim zapisima linearne funkcije u a) zadatku, 41% učenika ispravno je riješilo b) dio zadatka u kojem je bilo potrebno izračunati vrijednost funkcije za zadanu vrijednost varijable  $x$  i zaokružilo točan (C) odgovor. Zanimljivo je da je od učenika koji su se u a) dijelu zadatka koristili matematički nekorektnim i nesmislenim zapisom  $x = 3x + 1$  dio (12%) zadatak nastavio rješavati točno te su zaokružili točan (C) odgovor, ali i dalje se koristeći neispravnim zapisom, dio (3%) je pogriješio negdje u računu i nije odgovorio na pitanje, a ostatak (2%) nije ni pokušao riješiti zadatak. Od netočnih ponuđenih odgovora, 6% učenika zaokružilo je A odgovor zbog zamjene mjesta  $x$  i  $y$ , a 27% učenika B odgovor gdje je vidljivo da su učenici izraz „trostruka vrijednost od  $x$ “ interpretirali kao  $3 + x$  i u konačnici za vrijednost funkcije dobili 8. U c) dijelu zadatka bilo je potrebno odrediti vrijednost u kojoj linearna funkcija poprima zadanu vrijednost, što je ispravnim postupkom uz zaokruženi točan (A) odgovor učinilo 21% učenika. Još 10% učenika zaokružilo je točan (A) odgovor, ali koristeći se matematički nekorektnim zapisom kao i u ostatku zadatka. Netočan (C) odgovor zaokružilo je 25% učenika, veći dio zbog pogrešno provedenog postupka rješavanja linearne jednadžbe s jednom nepoznicom i česte pogreške pri „prebacivanju“ brojeva preko znaka jednakosti (*Slika 15.*), a manji dio zbog potpuno neispravnog postavljanja zadatka povezanog s odgovorom zapisanim u a) dijelu zadatka. 7% učenika zaokružilo je netočan (B) odgovor. Zadatak nije ni pokušalo riješiti 36% učenika. Zanimljiva je razlika u riješenosti b) i c) dijela zadatka, iako oba zadatka zahtijevaju primjenu istog postupka – rješavanja linearne jednadžbe s jednom nepoznicom.

*Postupak rješavanja:*

$$10 = x \cdot 3 + 1$$

$$3x = 11 : 3$$

$$x = \frac{11}{3}$$

Slika 15. Primjer učeničkog netočnog postupka rješavanja c) dijela zadatka M3

Riješenost zadatka F4 u kojem je bilo potrebno analizirati gibanje kuglice i ovisnost brzine o vremenu zapisati kao linearnu funkciju slična je riješenosti matematičkog zadatka M3, što se može uočiti usporedbom *Tablice 8.* i *Tablice 9.* Zadatak F4 u svakom je dijelu jednak zadatku M3, samo je konceptu linearne funkcije te određivanju vrijednosti funkcije i točke u kojoj linearna funkcija poprima zadanu vrijednost dan konkretan kontekst iz područja fizike. Budući da se u nastavi matematike preporučuje, u izboru numeričkih primjera pri provjeri ishoda učenja domene *Algebra i funkcije*, zadavati primjere iz svakodnevnog života i primjere koji koreliraju s drugim prirodoslovnim predmetima [5], zadatci slični zadatku F4 mogu se naći u udžbenicima matematike za sedmi razred osnovne škole [9-11]. Može se pretpostaviti da je i to jedan od razloga veoma slične riješenosti zadataka M3 i F4. Učenici su pri rješavanju oba zadatka koristili jednake postupke rješavanja, uključujući i one točne i one matematički i fizički nekorektne. Međutim, ipak je uočeno nekoliko razlika. Dok su u a) dijelu zadatka M3 učenici dali mnoštvo različitih nekorektnih zapisa linearne funkcije, u zadatku F4 učenici su pružali netočne odgovore u obliku formule  $v = \frac{s}{t}$ , što slijedi iz nepažljivog čitanja upute u kojoj je naglašeno da se koriste podacima iz zadatka. Čak 23% učenika dalo je taj odgovor, dok je 10% učenika zapisalo netočnu formulu  $v = \frac{t}{s}$ . Osim pogrešaka pri rješavanju linearne jednadžbe koje su se pojavljivale i u b) dijelu matematičkog zadatka M3 zbog kojih je i u ovom zadatku 9% učenika zaokružilo netočan (C) odgovor, 15% učenika zaokružilo je netočan (A) odgovor zbog nove pogreške - zanemarivanja početne brzine. Prema [25], učenike treba poučavati korištenju jednadžbi s razumijevanjem, čime bi se smanjio broj ovakvih i sličnih pogrešaka. Treba ih poučavati izražavanju situacije u fizici pomoću linearnih jednadžbi ili linearnih funkcija i poticati razvijanje sposobnosti iščitavanja fizičkih koncepata i njihovih svojstava koji se opisuju tom jednadžbom ili funkcijom. S druge strane, postupak rješavanja zadatka koji se nije pojavljivao u matematičkom zadatku, a vodi točnom rješenju, je metoda uzastopnog približavanja (*Slika 16.* i *Slika 17.*). 5% učenika koristilo ju

je u b) dijelu zadatka, a 8% u c) dijelu zadatka. Očekivano, kao i kod zadatka M3, riješenost b) dijela bolja je od riješenosti a) i c) dijelova zadatka.

*Postupak rješavanja:*

$$t = 7$$

$$V_1 = 35 \frac{ml}{s}$$


---


$$V = ?$$

$$V = V_1 + V_2 + V_3 + V_4 + V_5 + V_6 + V_7$$

$$V = 35 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10$$

$$V = 105 \frac{ml}{s}$$

Slika 16. Primjer učenikog točnog rješenja b) dijela zadatka F4 dobivenog metodom uzastopnog približavanja

*Postupak rješavanja:*

$$t_1 = 1s, t_2 = 2s, t_3 = 3s, t_4 = 4s$$

$$V_1 = 35 \frac{ml}{s}$$

$$V_2 = 35 \frac{ml}{s} + 10 \frac{ml}{s} = 45 \frac{ml}{s}$$

$$V_3 = 45 \frac{ml}{s} + 10 \frac{ml}{s} = 55 \frac{ml}{s}$$

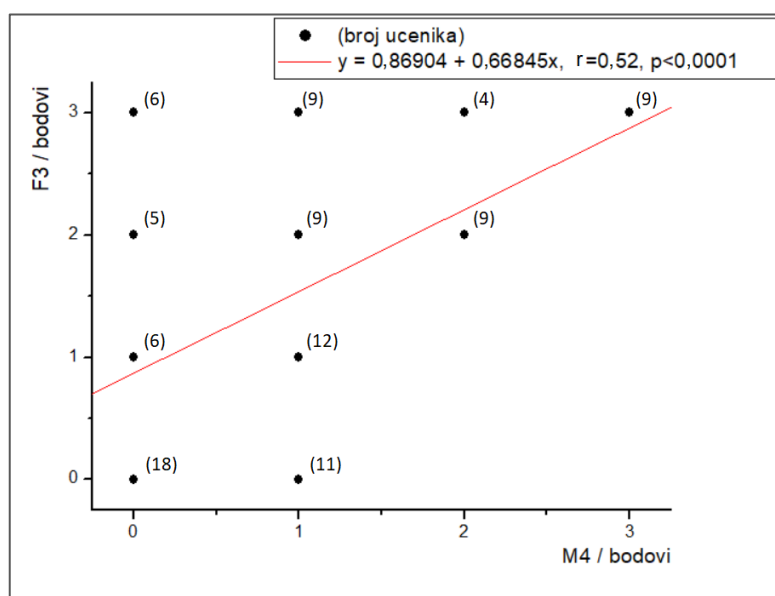
$$V_4 = 55 \frac{ml}{s} + 10 \frac{ml}{s} = 65 \frac{ml}{s}$$

$$V_5 = 65 \frac{ml}{s} + 10 \frac{ml}{s} = 75 \frac{ml}{s}$$

Slika 17. Primjer učenikog točnog rješenja c) dijela zadatka F4 dobivenog metodom uzastopnog približavanja

#### 4.2.4. Zadatci vezani uz usporedbu grafičkih prikaza linearnih funkcija (M4 i F3)

Raspodjela učenika po ostvarenosti bodova na zadacima M4 i F3 prikazana je dijagramom raspršenja na Slici 18.

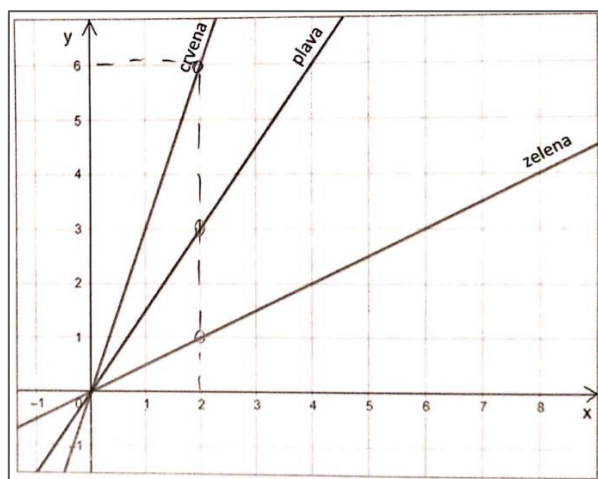


Slika 18. Dijagram raspršenja postignutih bodova u zadacima M4 i F3

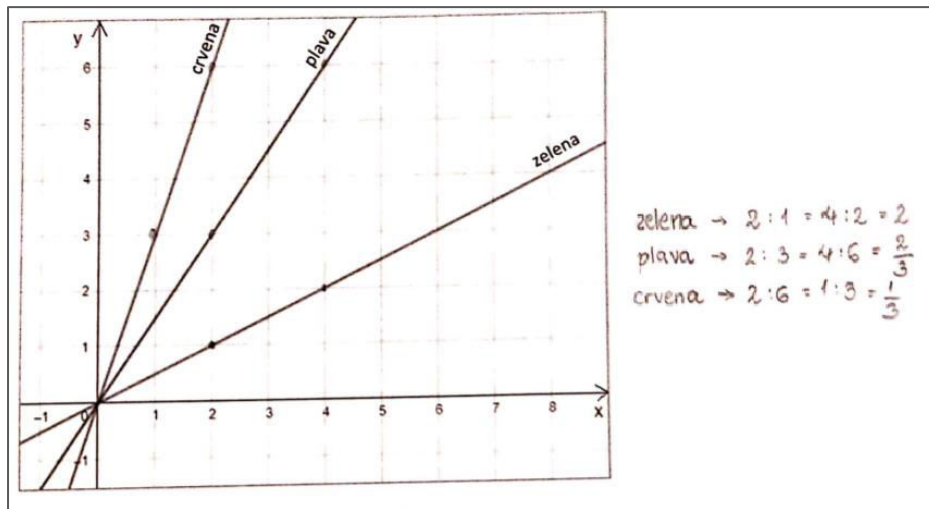


Korelacija između postignuća u zadatku M4 te postignuća u zadatku F3 može se proglasiti statistički značajnom zbog  $p$ -vrijednosti koja je u ovom slučaju manja od 0,0001. Snaga korelacije je, prema *Tablici 4.* i vrijednosti koeficijenta  $r = 0,52$ , značajna i pozitivna. Dakle, rezultati ostvareni rješavanjem zadatka M4 kojim se ispituje sposobnost uspoređivanja i analiziranja prikaza dviju i više različitih linearnih ovisnosti na istom grafu u matematici linearno ovisi o rezultatima ostvarenim u zadatku F3 kojim se ispituje sposobnost uspoređivanja i analiziranja različitih grafičkih prikaza ovisnosti brzine o vremenu na istom grafu u fizici.

U matematičkom zadatku M4 točan (A) odgovor zaokružilo je čak 62% učenika, iako ih je samo 20% odgovor potkrijepilo točnim objašnjenjem, skicom ili računom, što upućuje na nedovoljno razvijenu razinu matematičke komunikacije. 4% učenika točan odabir objasnilo je riječima („Crvena je najviše nakošena.“), a 16% skicom (*Slika 19.*) i/ili zapisivanjem i usporedbom koordinata točaka sa zajedničkom  $x$  koordinatom i različitim  $y$  koordinatama, ovisno o tome kojem pravcu pripadaju. Dio učenika odabralo je ispravnu metodu za rješavanje zadatka, ali je postupak pogrešno proveden. Tako je 3% učenika također odabralo skicu kao metodu rješavanja zadatka, ali koristeći usporedbu točaka s različitim  $x$  koordinatama, a jednakom  $y$  koordinatom, što je dovelo do odabira netočnog (C) odgovora (*Slika 20.*). Za rješavanje zadatka određivanjem jednadžbi pravaca odlučilo se 6% učenika, ali su dobivene jednadžbe neispravne.



*Slika 19.* Primjer učeničkog objašnjenja točnog odgovora u zadatku M4 skicom

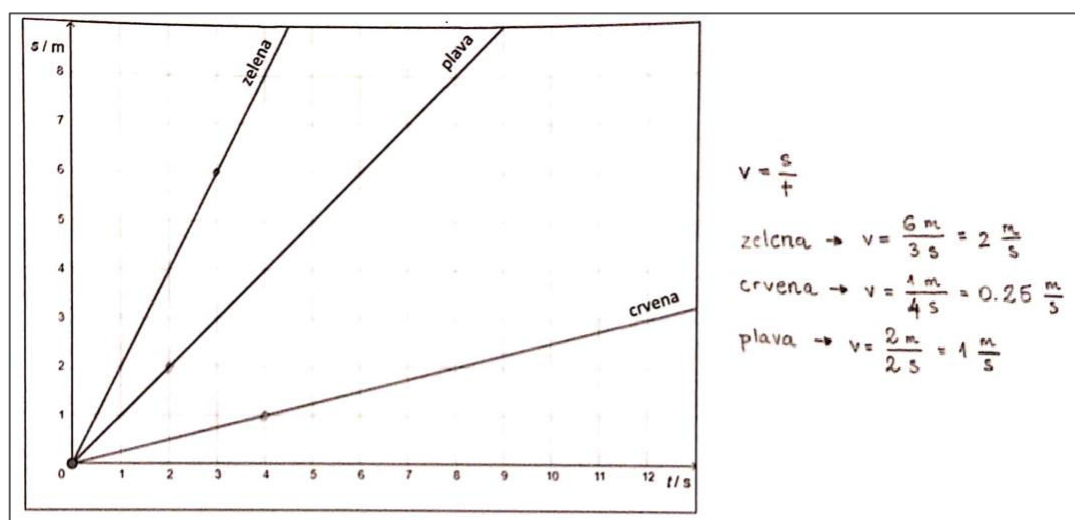


Slika 20. Primjer učeničkog netočnog postupka rješavanja zadatka M4

Iznenadujuća je mala razlika u zastupljenosti odabira netočnih odgovora. Dok se 21% učenika odlučilo za netočan (C) odgovor koji odgovara pravcu s najmanjim nagibom, neznatno manje učenika (15%) odabralo je netočan (B) odgovor, koji odgovara pravcu čiji je iznos koeficijenta smjera između najveće i najmanje vrijednosti. Dio zadatka u kojem je potrebno odrediti iznos najvećeg koeficijenta smjera točno je riješilo samo 9% učenika, dok njih čak 86% nije ni pokušalo riješiti zadatak. Netočna rješenja ponudilo je 5% učenika. Dvoje (2%) učenika kao odgovor je dalo broj 9 zato što, gledajući  $x$  os, pravac „probija“ rub slike u koordinati  $x = 9$ . Oba učenika su u zadatku višestrukog izbora zaokružili odgovor (C), što se poklapa s ovakvim načinom razmišljanja. Troje učenika (3%) kao odgovor dalo je broj 12 dobiven kao umnožak  $x$  i  $y$  koordinate točke (2, 6) koja pripada pravcu s najvećim koeficijentom smjera.

Iako je utvrđena pozitivna korelacija kao i u prethodnim zadacima, uspoređujući dijagram raspršenja prikazan na *Slici 18.* s dijagramima raspršenja prethodnih zadataka prikazanih na *Slici 10.*, *Slici 13.* i *Slici 14.*, može se uočiti bitna razlika koja se primjećuje i usporedbom *Tablice 8.* i *Tablice 9.* Naime, zadatak F3 u kojem je potrebno iz grafičkog prikaza ovisnosti puta o vremenu pri jednolikom gibanju po pravcu triju tijela odrediti iznos najveće brzine riješen je točnije i u većoj mjeri nego zadatak M4. Iako je točan (A) odgovor odabrao približno jednak postotak učenika (65%) kao i u zadatku M4, čak 50% učenika točno je prikazalo svoj postupak rješavanja, a njih 25% točno je odredilo iznos najveće brzine u posljednjem dijelu zadatka. Velik dio učenika (25%) za objašnjenje odgovora koristio je skicu i uspoređivanje prijednog puta u jednakim vremenskim intervalima, slično kao u slučaju matematičkog zadatka. 21% učenika odredilo je brzine za

svaku od grafički prikazanih ovisnosti (*Slika 21.*), a 4% učenika dalo je objašnjenje riječima („Zeleni je prešao duži put u istom vremenu.“). Dio učenika (16%) koristio se netočnim formulama poput  $v = s \cdot t$  i  $v = \frac{t}{s}$  ili, kao i u zadatku M4, kao rješenje ponudio  $x$  koordinatu točke u kojoj pravac označen crvenom bojom „probija“ završetak prikazanog koordinatnog sustava. U ovom zadatku je zastupljenost netočno zaokruženih odgovora smislenija nego u matematičkom zadatku. Više učenika (24%) odabralo je netočan (C) odgovor koji odgovara najmanjoj brzini, a manji dio učenika (7%) odabralo je netočan (B) odgovor. U posljednjem dijelu zadatka 58% učenika nije napisalo odgovor, dok je njih 14% napisalo netočne odgovore zbog netočnih formula, pogrešno provedenog računa ili pogodažanja gledajući završetak koordinatnog sustava. Osim toga, 3% učenika uz točan odgovor nije napisalo mjernu jedinicu, na čemu je potrebno inzistirati u nastavi.

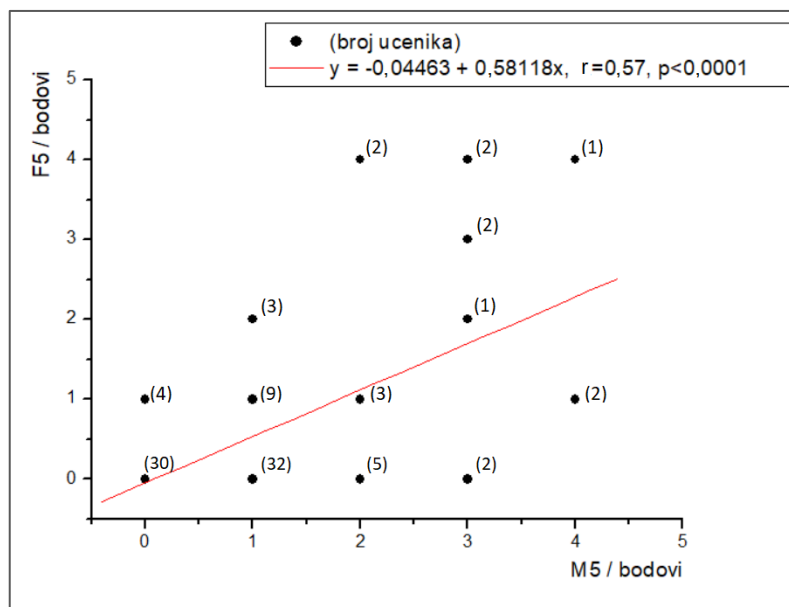


*Slika 21.* Primjer učeničkog točnog postupka rješavanja zadatka F3

Ono što izrazito zanimljivo, a vidljivo je iz praznine u donjem desnom kutu dijagrama raspršenja prikazanog na *Slici 18.*, jest činjenica da ne postoje učenici koji su uspješno riješili matematički zadatak, a netočno riješili zadatak iz fizike. S druge strane, postoji velik broj učenika koji su unatoč netočnom ili djelomično točnom rješavanju matematičkog zadatka postigli velik uspjeh u zadatku iz fizike. Odnosno, nedovoljna razina razvijene sposobnosti uspoređivanja i analiziranja grafičkih prikaza u matematici ne utječe direktno na neuspjeh u zadacima iz fizike koji se rješavaju primjenom povezanih matematičkih postupaka. Usporedbom *Slike 20.* i *Slike 21.* koje prikazuju rješenja istog ispitanika može se pretpostaviti da je zadatak F3 bolje riješen zbog pridruživanja koncepta grafičkog prikaza linearne ovisnosti fizičkoj situaciji koja odgovara realnom problemu te veće vjerojatnosti preispitivanja smislenosti rješenja.

#### 4.2.5. Zadatci vezani uz crtanje i analizu grafičkog prikaza linearne funkcije (M5 i F5)

Raspodjela učenika po ostvarenosti bodova na zadatcima M5 i F5 prikazana je dijagramom raspršenja na *Slici 22*.



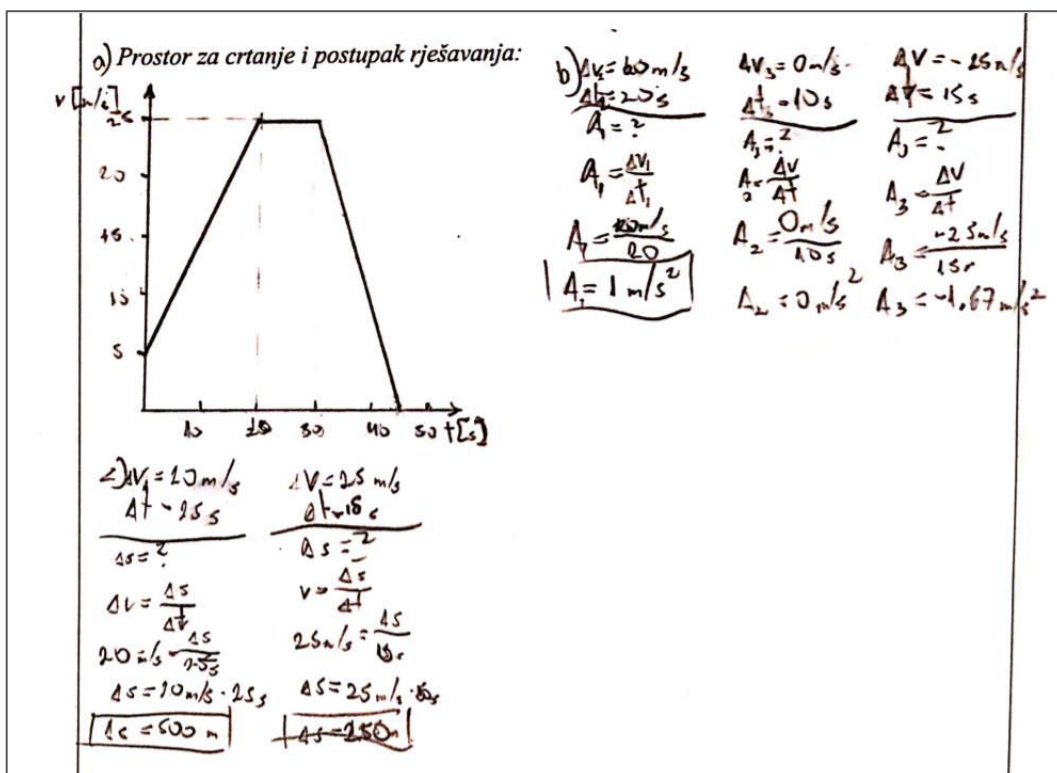
*Slika 22.* Dijagram raspršenja postignutih bodova u zadatcima M5 i F5

Korelacija između postignuća u zadatku M5 te postignuća u zadatku F5 može se proglasiti statistički značajnom zbog  $p$ -vrijednosti koja je u ovom slučaju manja od 0,0001. Snaga korelacije je, prema *Tablici 4.* i vrijednosti koeficijenta  $r = 0,57$ , značajna i pozitivna.

Oba zadatka (M5 i F5) raščlanjena su u tri dijela, stoga će se svaki dio analizirati posebno. U a) dijelu oba zadatka ispitivala se usvojenost crtanja točaka s cijelim koordinatama u pravokutnom koordinatnom sustavu u ravnini. U matematičkom zadatku M5 bilo je potrebno nacrtati pravce koji sadrže određene točke, a u zadatku iz fizike F5 nacrtati dijagram ovisnosti brzine o vremenu za zadane iznose brzina i vremena. Usporedi li se riješenost zadataka prema *Tablici 8.* i *Tablici 9.*, vidljivo je da je a) dio u potpunosti točno riješilo više učenika u matematičkom zadatku (52%), nego u zadatku iz fizike (17%). Također, matematički zadatak nije ni pokušalo riješiti 33% učenika, a zadatak iz fizike čak 68% učenika. Učenici su pri ucrtavanju točaka u koordinatni sustav u zadatku M5 činili greške pri crtanju točaka koje pripadaju koordinatnim osima. Unatoč dobro ucrtanim točkama koje pripadaju I. kvadrantu, 7% učenika je kod točaka  $A(0,2)$  i  $D(8,0)$  zamijenilo  $x$  i  $y$  koordinate. Jedan učenik (1%) svim je točkama zamijenio  $x$  i  $y$  koordinate, a 7% učenika ispravno je ucrtalo sve točke, ali umjesto pravaca, nacrtane su dužine. Kod zadatka

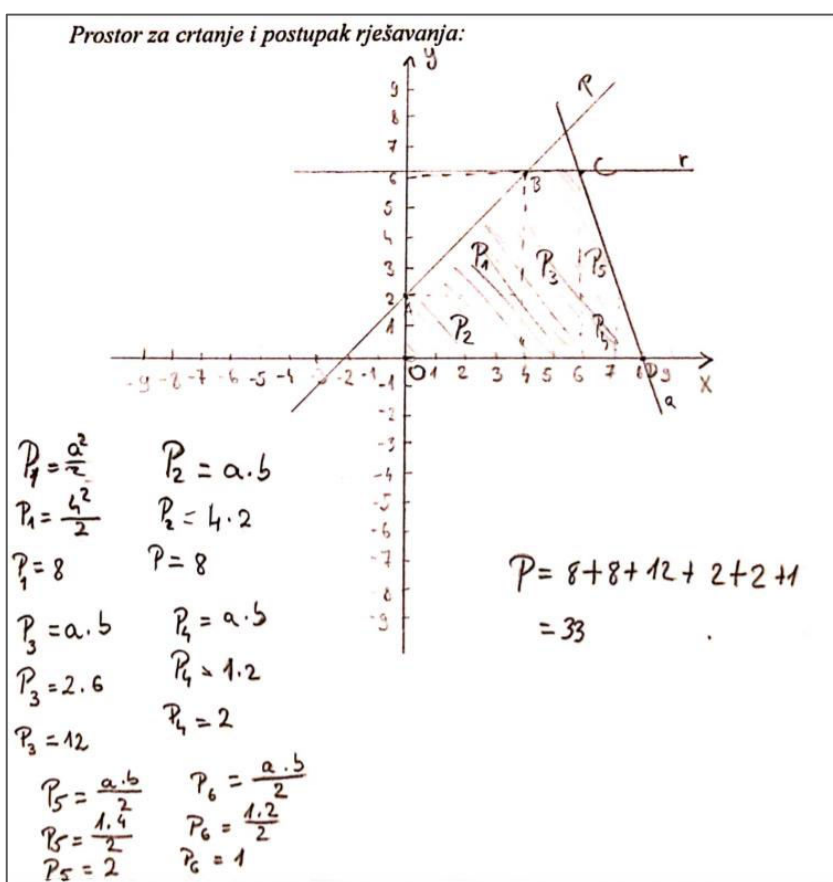
F5 najčešća pogreška bila je zanemarivanje početne brzine. Tako je 5% učenika gibanje započelo crtati iz ishodišta koordinatnog sustava, a ne iz početne brzine  $5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ . 3% učenika imalo je ispravan crtež, ali pogrešno označenu ordinatnu os sa s/m.

U b) dijelu oba zadatka ispitivala se usvojenost određivanja koeficijenata smjera nacrtanih pravaca. U matematičkom zadatku M5 samo 6% učenika ispravno je odredilo koeficijente smjera sva tri pravca, što je i očekivano s obzirom da je dio zadatka M4 u kojem se primjenjuje jednak postupak točno riješilo 9% učenika. Međutim, kod b) dijela zadatka F5 u kojem je trebalo odrediti ubrzanje tijela primjećuje se manja riješenost (7%) u odnosu na zadatak F3 (25%) u kojem se na isti način trebala odrediti brzina tijela. 6% učenika razmatralo je ubrzanje kao količnik promjene brzine i odgovarajućeg vremenskog intervala (Slika 23.), a 1% riješio je zadatak određivanjem koeficijenata smjera pravaca kao i u matematičkom zadatku. Učenici su pri određivanju ubrzanja tijela iz  $v - t$  grafičkog prikaza najviše griješili zbog razmatranja ubrzanja kao količnika trenutne brzine i vremena što odgovara formuli  $a = \frac{v}{t}$  i mogući je uzrok slabe riješenosti zadatka. 12% učenika prepoznalo je drugi dio gibanja kao jednoliko pravocrtno gibanje pri čemu je iznos nagiba nacrtanog dijela pravca nula, odnosno ubrzanje tijela jednako je nuli, no preostala dva iznosa ubrzanja puštena su prazna.



Slika 23. Primjer učeničkog točno riješenog a) i b) dijela zadatka, a nepotpuno riješenog c) dijela zadatka F5

U oba zadatka (M5 i F5) najslabije je riješen c) dio u kojem je bilo potrebno analizirati nacrtan grafički prikaz. Matematički zadatak nije ni pokušalo riješiti čak 90% učenika, a zadatak iz fizike njih 88%. U slučaju matematičkog zadatka trebalo je odrediti površinu lika omeđenog pravicima i pozitivnim dijelovima koordinatnih osi, a u slučaju zadatka iz fizike iz  $v - t$  grafičkog prikaza odrediti prijeđeni put. U zadatku M5 5% učenika zadatak je pokušalo riješiti rastavljanjem nepravilnog mnogokuta na geometrijske likove kojima je jednostavnije odrediti površinu poput pravokutnog trokuta, kvadrata i pravokutnika te zbrajanjem dobivenih površina, ali samo jedan učenik (1%) postupak je proveo do kraja dobivši točan rezultat. Dio učenika (3%) određivao je površinu trokuta omeđenog pravicima, zanemarujući tekst zadatka u kojem se spominju koordinatne osi. Dio učenika (2%) koristilo se ispravnim postupkom, ali je pogriješilo u računu. Primjerice, na *Slici 24.* prikazano je rješenje učenika koji je netočno pretpostavio da točka (7, 2) pripada pravcu  $q$  i zbog toga netočno odredio površine  $P_4, P_5$  i  $P_6$ . Postupkom rastavljanja površine lika ispod  $v - t$  grafičkog prikaza koristio se samo jedan učenik (1%), ali postupak nije proveden do kraja. Ostatak učenika (9%) koji je pokušao riješiti zadatak, ali ne u potpunosti (*Slika 23.*) ili nekorektnom metodom, koristio se formulama.



*Slika 24.* Primjer učeničkog pogrešno provedenog postupka rješavanja c) dijela zadatka M5

Zadatci M5 i F5 nose najveći udio bodova, a riješeni su najslabije. Međutim, riješenost oba zadatka približno je jednaka i ne utječe na raspodjelu ukupnih bodova prikazanu na *Slici 2*. Nadalje, zanimljivo je uočiti razliku dijagrama raspršenja prikazanog na *Slici 22*. u odnosu na dijagrame raspršenja zadataka M1 i F2 (*Slika 10.*), M2 i F1 (*Slika 13.*) te M3 i F4 (*Slika 14.*). Iz praznine u gornjem lijevom kutu dijagrama prikazanog na *Slici 22*. vidljivo je da ne postoje učenici koji su unatoč lošoj riješenosti matematičkog zadatka bili uspješni u rješavanju zadatka iz fizike. S druge strane, postoje učenici koji su postigli visoke rezultate pri rješavanju matematičkog zadatka, ali se nisu snašli u rješavanju zadatka iz fizike. Dakle, zadatak iz fizike uspješno su riješili samo oni učenici koji su bili uspješni i u rješavanju zadatka iz matematike. Ovi rezultati slični su rezultatima prijašnjih istraživanja [33, 35], odnosno uočeno je da visoke matematičke sposobnosti nisu dovoljan uvjet za uspjeh u fizici, ali ako učenik nema dovoljno razvijene matematičke sposobnosti i vještine, uspjeh u fizici bit će slab.

## 5. ZAKLJUČAK

S ciljem utvrđivanja korelacije između matematičkih vještina učenika i sposobnosti njihove primjene u zadacima iz fizike provedeno je istraživanje među učenicima osmih razreda. Uz to, kroz analizu učeničkih odgovora i postupaka rješavanja zadataka cilj je bio uočiti poteškoće u razumijevanju i korištenju matematičkog jezika i koncepata iz fizike te povezivanju jednakih problema u različitim kontekstima.

Rezultati istraživanja pokazuju statistički značajnu i pozitivnu korelaciju između postignuća na ispitu iz matematike i postignuća na ispitu iz fizike. U usporedbi s očekivanom normalnom raspodjelom postignuća učenika, učenički rezultati teže nižim razinama postignuća i u slučaju matematičkih zadataka i u slučaju zadataka iz fizike. Osim toga, usporedbom školskih ocjena iz matematike sedmog razreda i rezultata na ispitu iz matematike te školskih ocjena fizike osmog razreda i rezultata na ispitu iz fizike dobivena je njihova statistički značajna i pozitivna korelacija. Međutim, uočeno je da sve kategorije ocjena učenika uglavnom obuhvaćaju niže četiri razine postignuća, dok je visoku i iznad visoke razine postignuća dostiglo tek nekoliko učenika. Može se pretpostaviti da 47% učenika nije bilo dovoljno motivirano za sudjelovanje u ovom istraživanju, što je vidljivo iz udjela neriješenih zadataka. Pritom najviše učenika nije riješilo dio zadatka ili cijeli zadatak M5 (74%) te dio ili cijeli zadatak F5 (85%). Navedeni rezultati mogu ukazivati na preveliku težinu sastavljenih zadataka, iako su zadatci sastavljeni na temelju obrazovnih ishoda učenja osmog razreda i zadataka iz udžbenika poznatih učenicima. Iz tog razloga, vjerojatnije je da niski rezultati upućuju na velike varijacije u kriteriju školskog vrednovanja iste razine usvojenosti obrazovnih ishoda učenja te na problem sindroma „čistih petica“ sve izraženijeg u hrvatskom školstvu.

Usporedbom postignuća na ispitu iz fizike sa školskim uspjehom matematike sedmog razreda može se zaključiti da učenici s nižim ocjenama iz matematike ne postižu visok uspjeh u ispitima iz fizike. S druge strane, postoji mogućnost da visoka ocjena iz matematike ne jamči visok uspjeh u fizici, što je slično rezultatima prijašnjih istraživanja [33, 35]. Isti zaključak može se izvući i iz analize zadataka vezanih uz crtanje i analizu grafičkog prikaza linearne funkcije (M5 i F5), gdje je uočeno da ne postoje učenici koji su unatoč lošoj riješenosti matematičkog zadatka bili uspješniji u rješavanju zadatka iz fizike



te da visoke sposobnosti pri rješavanju matematičkog zadatka nisu dovoljne za uspješno rješavanje zadatka iz fizike.

Statistički značajna i pozitivna korelacija dobivena je i za rezultate parova zadataka u kojima je očekivano korištenje jednakih matematičkih postupaka. U zadatcima vezanim uz obrnutu proporcionalnost (M1 i F2), linearnu ovisnost (M2 i F1) i linearnu funkciju (M3 i F4) primijećena je nedovoljno razvijena sposobnost matematičke komunikacije. Naime, velik broj učenika nije znao objasniti svoj odabir točnog odgovora. Osim toga, pri netočnoj pretvorbi mjernih jedinica učenici su dobili rješenje koje, primijenjeno na realnu situaciju, nema smisla, što upućuje na nedostatak preispitivanja smislenosti rješenja. Nadalje, u dijelu zadataka M3 i F4 u kojima se očekivalo uspješno prelaženje iz jednog zapisa (riječima) u drugi (zapisom linearne funkcije) uočene su poteškoće u razumijevanju zapisa funkcije riječima, što se također može pripisati nedostatku matematičke komunikacije. Iz navedenog može se uočiti važnost razvijanja matematičkog jezika i njegovog korektnog korištenja. Na nastavi matematike preporučljivo je inzistirati na preciznosti u matematičkom jeziku, govoru i pismu, a na nastavi fizike naglašavati važnost pretvorbe mjernih jedinica i preispitivanja smislenosti rješenja.

Kod zadataka vezanih uz usporedbu grafičkih prikaza linearnih funkcija (M4 i F3) u većoj mjeri i točnije riješen je zadatak iz fizike (F3). Iako su zadatci u svakom pogledu identični, dodatan fizički kontekst pomogao je učenicima u interpretiranju grafičkih prikaza linearnih funkcija. Osim toga, primijećeno je da ne postoje učenici koji su uspješno riješili matematički zadatak, a netočno riješili zadatak iz fizike. Učenici promatraju matematički svijet i svijet fizike odvojeno i teže uočavaju vezu među njima, stoga iste zadatke rješavaju različitim postupcima. Tako su ovaj matematički zadatak (M4) i zadatak vezan uz crtanje i analizu grafičkog prikaza linearne funkcije (M5) učenici riješili koristeći se nekim od usvojenih matematičkih koncepata i postupaka, a analogne zadatke iz fizike (F3 i F5) koristeći se drukčijim matematičkim postupkom ili formulama usvojenima u nastavi fizike, što je uočeno i u prijašnjim istraživanjima [30-32].

Statistički značajne i pozitivne korelacije dobivene su za sve promatrane odnose između matematike i fizike te se može formirati generalni zaključak o njihovoj snažnoj povezanosti i velikom utjecaju matematičkih kompetencija na postignuća u fizici. Međutim, za dobivene odnose može postojati mnoštvo uzroka i objašnjenja te je potrebno naglasiti da se korelacija ne može uvijek interpretirati kauzalno. Preporuke za daljnja

istraživanja iz tog razloga uključuju fokusiranje na identifikaciju faktora koji utječu na dobivene odnose i detaljniju analizu učeničkih poteškoća koje se javljaju pri rješavanju zadataka, a sve s glavnim ciljem kontinuiranog napredovanja u poučavanju matematike i fizike i formiranju kompetentnih, aktivnih i motiviranih građana 21. stoljeća.

## PRILOZI

### Ispitivanje kompetencija iz fizike učenika 8. razreda – I. DIO

1. a) Vodičem prolazi struja jakosti 9 A. Kolika će količina naboja proći presjekom vodiča za 3 minute?

*Postupak rješavanja:*

*Nadopunite:*

Presjekom vodiča za 3 min proći će \_\_\_\_\_ C.

- b) Udvostručimo li jakost struje, količina naboja koja prolazi presjekom vodiča u istom vremenu (3 minute) će:

A) se udvostručiti      B) se prepoloviti      C) ostati jednaka

2. Na električnoj bušilici označena je snaga od 880 W.

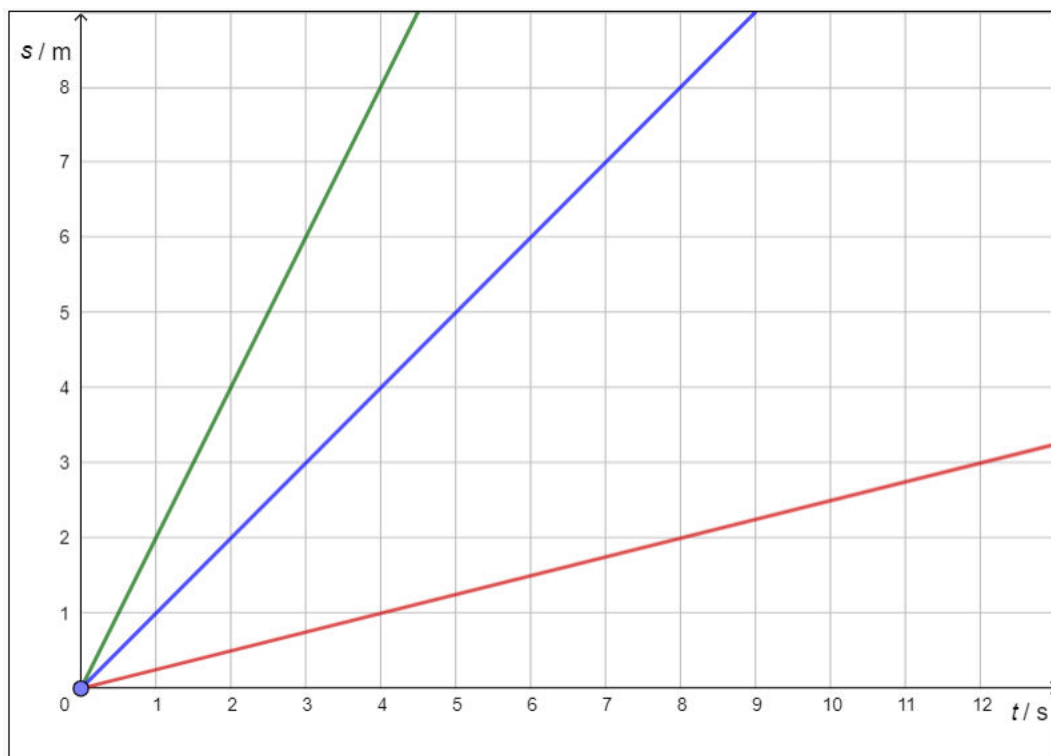
Kako se odnose jakost električne struje koja prolazi bušilicom ako ju osoba koristi u Americi (mrežni napon 110 V) i jakost električne struje koja prolazi bušilicom ako ju osoba koristi u Europi pri dvostruko većem mrežnom naponu (mrežni napon 220 V)?

*Postupak rješavanja:*

*Zaokružite točan odgovor:*

- A) Jakost električne struje u Americi dvostruko je veća od one u Europi.  
B) Jakost električne struje u Americi dvostruko je manja od one u Europi.  
C) Jakosti električne struje u Americi i u Europi su jednake.

3. Prikazana je ovisnost puta o vremenu pri jednolikom gibanju po pravcu triju tijela. Koji grafički prikaz prikazuje gibanje tijela s najvećom brzinom? Odredite iznos najveće brzine.



*Postupak rješavanja:*

*Zaokružite točan odgovor:*

Gibanje tijela s najvećom brzinom prikazano je pravcem označenim:

- A) zelenom bojom
- B) plavom bojom
- C) crvenom bojom

*Nadopunite:*

Iznos najveće brzine je \_\_\_\_\_.

4. Kuglica je bačena (okomito prema dolje) s visoke zgrade početnom brzinom od  $35 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ .  
Za svaku sekundu padanja njezina se brzina povećava za  $10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ .

a) Napišite formulu koja prikazuje ovisnost brzine o vremenu, odnosno izražava brzinu poslije  $t$  sekundi koristeći se podacima iz zadatka.

\_\_\_\_\_

b) Koju će brzinu kuglica imati nakon 7 sekundi?

*Postupak rješavanja:*

*Zaokružite točan odgovor:*

Nakon 7 sekundi kuglica će imati brzinu od:

A)  $70 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

B)  $105 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

C)  $255 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

c) Nakon koliko će sekundi kuglica postići brzinu od  $75 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  ?

*Postupak rješavanja:*

*Zaokružite točan odgovor:*

A) 4

B) 7,5

C) 11

**5. a)** Nacrtaj dijagram ovisnosti brzine o vremenu za gliser koji tijekom vremena od 20 s ubrzava od početne brzine  $5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  do konačne brzine  $25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ , kojom se nastavlja gibati još 10 s. Zatim sljedećih 15 s usporava do mirovanja.

**b)** Koliko je ubrzanje glisera tijekom prvih 20 s gibanja, tijekom 10 s mirovanja, a koliko tijekom posljednjih 15 s gibanja?

*Nadopunite:*

Ubrzanje tijekom prvih 20 s gibanja je \_\_\_\_\_.

Ubrzanje tijekom 10 s mirovanja je \_\_\_\_\_.

Ubrzanje tijekom posljednjih 15 s gibanja je \_\_\_\_\_.

**c)** Koliki je put gliser za to vrijeme prešao?

*Nadopunite:*

Gliser je ukupno prešao \_\_\_\_\_ .

*Prostor za crtanje i postupak rješavanja:*

## Ispitivanje matematičkih kompetencija učenika 8. razreda – II.DIO

1. Veličine  $y$  i  $x$  obrnuto su proporcionalne s koeficijentom obrnute proporcionalnosti 4. Kako će se promijeniti veličina  $y$  ako se veličina  $x$  udvostruči?

*Postupak rješavanja:*

*Zaokružite točan odgovor:*

- A) veličina  $y$  bit će dvostruko veća
- B) veličina  $y$  bit će dvostruko manja
- C) veličina  $y$  neće se promijeniti

2. a) Linearna ovisnost  $a = \frac{0}{5}$  opisuje kako duljina stranice pravilnog peterokuta ovisi o opsegu tog peterokuta.

Izračunajte opseg pravilnog peterokuta ako je duljina njegove stranice 12 cm.

*Postupak rješavanja:*

*Nadopunite:*

Opseg pravilnog peterokuta kojemu je stranica duljine 12 cm jednak je \_\_\_\_\_.

- b) *Zaokružite točan odgovor:*

Želimo li nacrtati peterokut dvostruko većeg opsega, potrebno je duljinu stranice zadanog peterokuta:

- A) udvostručiti
- B) prepoloviti
- C) povećati za 2

3. Zadana je linearna funkcija koja svakom broju  $x$  pridružuje trostruku vrijednost od  $x$  uvećanu za 1.

a) Zapišite zadanu linearnu funkciju formulom.

\_\_\_\_\_

b) Odredi vrijednost linearne funkcije ako je  $x = 4$ .

*Postupak rješavanja:*

*Zaokružite točan odgovor:*

Vrijednost linearne funkcije jednaka je:

A) 1

B) 8

C) 13

c) Za koju vrijednost  $x$  zadana linearna funkcija poprima vrijednost 10?

*Postupak rješavanja:*

*Zaokružite točan odgovor:*

A) 3

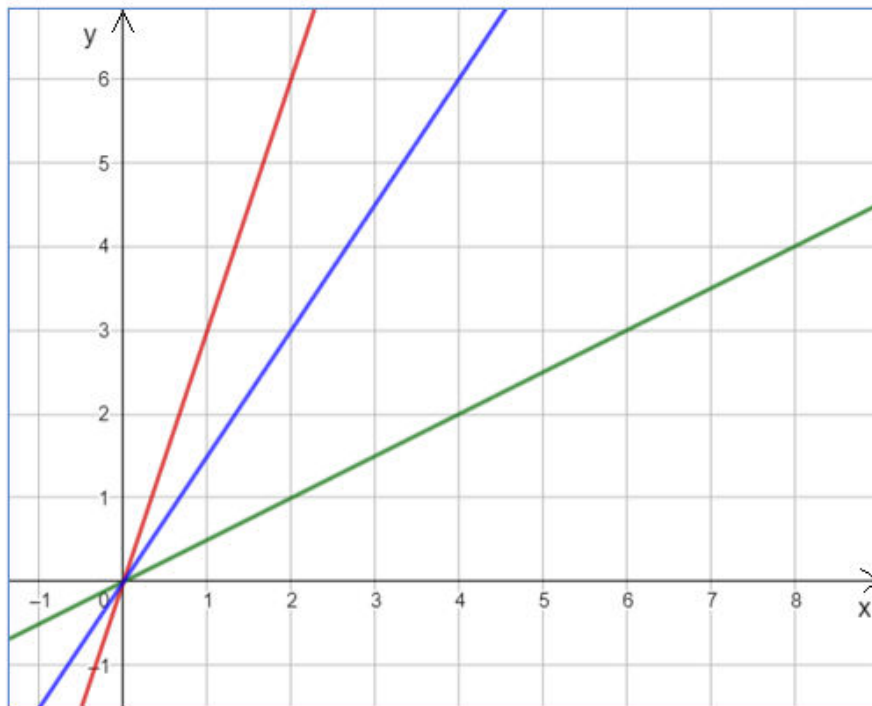
B) 6

C)  $\frac{11}{3}$



4. Na slici su prikazani grafovi triju linearnih funkcija.

Odredite koji pravac ima najveći koeficijent smjera te njegov iznos.



*Postupak rješavanja:*

*Zaokružite točan odgovor:*

Najveći koeficijent smjera ima pravac označen:

- A) crvenom bojom
- B) plavom bojom
- C) zelenom bojom

*Nadopunite:*

Iznos najvećeg koeficijenta smjera je \_\_\_\_\_.

5. a) Zadane su točke  $A(0, 2)$ ,  $B(4, 6)$ ,  $C(6, 6)$  i  $D(8, 0)$ .

U pravokutnom koordinatnom sustavu u ravnini nacrtajte pravac  $p$  koji sadrži točke  $A$  i  $B$ , pravac  $r$  koji sadrži točke  $B$  i  $C$  te pravac  $q$  koji sadrži točke  $C$  i  $D$ .

b) Odredite koeficijent smjera svakog pravca.

*Nadopunite:*

Koeficijent smjera pravca  $p$  je \_\_\_\_\_.

Koeficijent smjera pravca  $r$  je \_\_\_\_\_.

Koeficijent smjera pravca  $q$  je \_\_\_\_\_.

c) Odredite površinu lika omeđenog pravcima i pozitivnim dijelovima koordinatnih osi.

*Nadopunite:*

Površina lika je \_\_\_\_\_.

*Prostor za crtanje i postupak rješavanja:*

## LITERATURA

- [1] Pojmovnik Agencije za znanost i visoko obrazovanje – *Kompetencija*, dostupno na: <https://www.azvo.hr/hr/pojmovnik/78-kompetencije> (Datum pristupa: 12.9.2021.)
- [2] Europska komisija, Glavna uprava za obrazovanje, mlade, sport i kulturu (17.1.2018.), Prijedlog PREPORUKE VIJEĆA o ključnim kompetencijama za cjeloživotno učenje, dostupno na: <https://eur-lex.europa.eu/legal-content/HR/TXT/?uri=CELEX%3A52018DC0024&qid=1631714946373> (Datum pristupa: 12.9.2021.)
- [3] PISA 2021 – KONCEPTUALNI OKVIR MATEMATIČKE PISMENOSTI (radna verzija, studeni 2018.), dostupno na: <https://pisa.ncvvo.hr/sto-pisa-ispituje/matematicka-pismenost/> (Datum pristupa: 12.9.2021.)
- [4] PISA NCVVO, *Prirodoslovna pismenost*, dostupno na: <https://pisa.ncvvo.hr/prirodoslovna-pismenost/> (Datum pristupa: 12.9.2021.)
- [5] Ministarstvo znanosti i obrazovanja RH, Odluka o donošenju kurikuluma za nastavni predmet Matematike za osnovne škole i gimnazije u Republici Hrvatskoj (2019), Narodne novine, dostupno na: [https://narodne-novine.nn.hr/clanci/sluzbeni/2019\\_01\\_7\\_146.html](https://narodne-novine.nn.hr/clanci/sluzbeni/2019_01_7_146.html) (Datum pristupa: 2.9.2021.)
- [6] Ministarstvo znanosti i obrazovanja RH, Odluka o donošenju kurikuluma za nastavni predmet Fizike za osnovne škole i gimnazije u Republici Hrvatskoj (2019), Narodne novine, dostupno na: [https://narodne-novine.nn.hr/clanci/sluzbeni/2019\\_01\\_10\\_210.html](https://narodne-novine.nn.hr/clanci/sluzbeni/2019_01_10_210.html) (Datum pristupa: 2.9.2021.)
- [7] Ministarstvo znanosti i obrazovanja RH, Nacionalni dokument okvira za vrednovanje procesa i ishoda učenja u osnovnoškolskome i srednjoškolskome odgoju i obrazovanju (prosinac 2017.), dostupno na: <https://mzo.gov.hr/dokumenti/10> (Datum pristupa: 2.9.2021.)
- [8] Bloom, B. S. (1956). *Taxonomy of Educational Objectives, Handbook I: The Cognitive Domain*. New York: David McKay Co Inc.
- [9] Šikić, Z., Draženović Žitko, V., Golac Jakopović, I., Lobar, Z., Milić, M., Nemeth, T., Stajčić, G. & Vuković, M. (2021). *Matematika 8 – udžbenik za osmi razred osnovne škole*, Profil Klett d.o.o. Zagreb
- [10] Antunović Piton, B., Bogner Boroš, A., Havranek Bijuković, L., Brkić, P., Karlo, M., Kuliš, M., Matić, I., Rodiger, T. & Vučić, K. (2021). *Matematika 8 – udžbenik matematike u osmom razredu osnovne škole sa zadacima za rješavanje*, Školska knjiga d.d., Zagreb
- [11] Paić, G., Bošnjak, Ž., Čulina, B. & Grgić, N. (2021). *Matematički izazovi 8 – udžbenik sa zadacima za vježbanje iz matematike za osmi razred osnovne škole*, Alfa d.d., Zagreb
- [12] Kurtović, R., Vujnović, V., Šuveljak, M., Matić, I. & Horvatić, D. (2019). *Fizika 8 – udžbenik fizike za osmi razred osnovne škole*, Profil Klett d.o.o., Zagreb

- [13] Beštak Kadić, Z., Brković, N. & Pećina, P. (2020). Fizika 8 – udžbenik iz fizike za osmi razred osnovne škole, Alfa d.d., Element d.o.o., Zagreb
- [14] Bagić Ljubičić, J., Prelovšek Peroš, S. & Milotić, B. (2021). Otkrivamo fiziku 8 – udžbenik fizike u osmom razredu osnovne škole, Školska knjiga d.d., Zagreb
- [15] Tzanakis, C. (2016). Mathematics & physics: an innermost relationship. Didactical implications for their teaching & learning, History and Pedagogy of Mathematics, Montpellier, France. [\(hal-01349231\)](#)
- [16] Gingras, Y. (2001). What did mathematics do to physics? *History of Science*, 39(4), 383–416. <https://doi.org/10.1177/007327530103900401>
- [17] Kauffman, L. H., & Ul-Haq, R. (2015). The mysterious connection between mathematics and physics. *Progress in Biophysics and Molecular Biology*, 119(3), 453–459. <https://doi.org/10.1016/j.pbiomolbio.2015.08.012>
- [18] Hitchin, N. (2007). Interaction between Mathematics and Physics. *Arbor*, 183(725), 427–432. <https://doi.org/10.3989/arbor.2007.i725.115>
- [19] Rédei, M. (2020). On the Tension Between Physics and Mathematics. *Journal for General Philosophy of Science*, 51(3), 411–425. <https://doi.org/10.1007/s10838-019-09496-0>
- [20] Wolf, S. F., Doughty, L., Irving, P. W., Sayre, E. C., & Caballero, M. D. (2015). *Just Math: A New Epistemic Frame*. 275–278. <https://doi.org/10.1119/perc.2014.pr.065>
- [21] Hartnett, K. (2017). Secret Link Uncovered Between Pure Math and Physics. *Quanta*, 1–8., dostupno na: <https://www.quantamagazine.org/secret-link-uncovered-between-pure-math-and-physics-20171201/> (Datum pristupa: 10.9.2021.)
- [22] Tenhoff, A. C., Gerenz, A. J., & Jalkio, J. A. (2016). Buoys and Springs – Building Connections Between Math and Physics. *The Physics Teacher*, 54(9), 556–559. <https://doi.org/10.1119/1.4967898>
- [23] Hrvatska enciklopedija, mrežno izdanje, *Jean Piaget*, dostupno na: <https://www.enciklopedija.hr/natuknica.aspx?id=48099> (Datum pristupa: 10.9.2021.)
- [24] Beichner, R. J. (1994). Testing student interpretation of kinematics graphs. *American Journal of Physics*, 62(8), 750–762. <https://doi.org/10.1119/1.17449>
- [25] Erceg, N., & Aviani, I. (2013). Razumijevanje koncepata u fizičkim jednadžbama. *Napredak : Časopis Za Pedagogijsku Teoriju i Praksu*, 154.(1–2), 61–82.
- [26] McDermott, L. C., Rosenquist, M. L., & van Zee, E. H. (1987). Student difficulties in connecting graphs and physics: Examples from kinematics. *American Journal of Physics*, 55(6), 503–513. <https://doi.org/10.1119/1.15104>
- [27] McBride, D. L. (2012). Student views of similarity between math and physics problems. *AIP Conference Proceedings*, 1413, 275–278. <https://doi.org/10.1063/1.3680048>

- [28] Jones, D. L. (2014). *Students' Views of Math and Physics Problems: Structure vs. Content*. 201–204. <https://doi.org/10.1119/perc.2013.pr.038>
- [29] Jones, D. L., & Roseman, R. B. (2013). Comparing physics and math problems. *AIP Conference Proceedings*, 1513, 206–209. <https://doi.org/10.1063/1.4789688>
- [30] Planinic, M., Milin-Sipus, Z., Katic, H., Susac, A., & Ivanjek, L. (2012). Comparison of student understanding of line graph slope in physics and mathematics. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 10(6), 1393–1414. <https://doi.org/10.1007/s10763-012-9344-1>
- [31] Redish, E. F. (2006). *Problem Solving and the Use of Math in Physics Courses*. 1–10. <http://arxiv.org/abs/physics/0608268>
- [32] Woolnough, J. (2000). How do students learn to apply their mathematical knowledge to interpret graphs in physics? *Research in Science Education*, 30(3), 259–267. <https://doi.org/10.1007/BF02461633>
- [33] Burkholder, E. W., Murillo-Gonzalez, G., & Wieman, C. (2021). Importance of math prerequisites for performance in introductory physics. *Physical Review Physics Education Research*, 17(1), 10108. <https://doi.org/10.1103/PhysRevPhysEducRes.17.010108>
- [34] Awodun, A. O., & Ojo, O. A. (2013). Mathematics Skills as Predictors of Physics Students' Performance in Senior Secondary Schools. *International Journal of Science and Research*, 2(7), 391–394.
- [35] Hudson, H. T. & McIntire W. R. (1977). Correlation between mathematical skills and success in physics. *American Journal of Physics* 45, 470. <https://doi.org/10.1119/1.10823>
- [36] Meltzer, D. E. (2002). The relationship between mathematics preparation and conceptual learning gains in physics: A possible “hidden variable” in diagnostic pretest scores. *American Journal of Physics*, 70(12), 1259–1268. <https://doi.org/10.1119/1.1514215>
- [37] Erdoğan, M., Kurudirek, A., & Akça, H. (2014). The Effect of Mathematical Misconception on Students' Success in Kinematics Teaching. *Education Journal (New York, NY)*, 3(2), 90. <https://doi.org/10.11648/j.edu.20140302.18>
- [38] Vondracek, M. (1999). Teaching physics with math to weak math students. *The Physics Teacher*, 37(1), 32–33. <https://doi.org/10.1119/1.880144>
- [39] Steinberg, R. N., Wittmann, M. C., & Redish, E. F. (2008). *Mathematical tutorials in introductory physics*. 1075–1092. <https://doi.org/10.1063/1.53110>
- [40] Uhden, O., Karam, R., Pietrocola, M., & Pospiech, G. (2012). Modelling Mathematical Reasoning in Physics Education. *Science and Education*, 21(4), 485–506. <https://doi.org/10.1007/s11191-011-9396-6>

- [41] Slovenec, B., i Radović, N. (2013). 'MATEMATIKA U FIZICI, FIZIKA BEZ MATEMATIKE', *Poučak*, 14(56), str. 56-68. Preuzeto s: <https://hrcak.srce.hr/125713> (Datum pristupa: 9.9.2021.)
- [42] Ivanjek, L., Susac, A., Planinic, M., Andrasevic, A., & Milin-Sipus, Z. (2016). Student reasoning about graphs in different contexts. *Physical Review Physics Education Research*, 12(1). <https://doi.org/10.1103/PhysRevPhysEducRes.12.010106>
- [43] Harvey, M. (2012). Speaking the same language in physics and math. *The Physics Teacher*, 50(2), 122–122. <https://doi.org/10.1119/1.3677295>
- [44] Torigoe, E., & Gladding, G. (2007). Symbols: Weapons of math destruction. *AIP Conference Proceedings*, 951, 200–203. <https://doi.org/10.1063/1.2820933>
- [45] Christensen, W. M., & Thompson, J. R. (2012). Investigating graphical representations of slope and derivative without a physics context. *Physical Review Special Topics - Physics Education Research*, 8(2), 1–5. <https://doi.org/10.1103/PhysRevSTPER.8.023101>
- [46] Brasell, H. M., & Rowe, M. B. (1993). Graphing Skills Among High School Physics Students. *School Science and Mathematics*, 93(2), 63–70. <https://doi.org/10.1111/j.1949-8594.1993.tb12196.x>
- [47] Akatugba, A. H., & Wallace, J. (1999). Mathematical Dimensions of Students' Use of Proportional Reasoning In High School Physics. *School Science and Mathematics*, 99(1), 31–41. <https://doi.org/10.1111/j.1949-8594.1999.tb17443.x>
- [48] Gugić, I., Halusek, V., Herceg, Lj., Komadina, S., Martinec, Z., Muraja, J. & Nikolaus, V. (2020), Rezultati sadržajne analize nacionalnih ispita iz matematike s primjerima zadataka, NCVVO
- [49] Ćurković, N. & Šabić, Josip & Culej, Jasminka. (2010). Item quality review inventory. *Suvremena Psihologija*. 13. 257-273.
- [50] Vacc, N. A., Loesch, L. C. & Lubik, R. E. (2001). "Writing multiple-choice test items," in *Assessment: Issues and Challenges for the Millennium*, eds G. R. Walz and J. C. Bleuer (Greensboro, NC: ERIC), 215–222. Preuzeto s: <https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED457440.pdf> (Datum pristupa: 9.9.2021.)
- [51] Gierl, M., Bulut, O., Guo, Q., & Zhang, X. (2017). Developing, Analyzing, and Using Distractors for Multiple-Choice Tests in Education: A Comprehensive Review. *Review of Educational Research*, 87(6). <https://doi.org/10.3102/0034654317726529>
- [52] Radanović, I., Garašić, D., & Lukša, Ž. (2013). Očekivane i stvarne miskonceptije učenika u biologiji. *Napredak : Časopis Za Pedagogijsku Teoriju i Praksu*, 154(4), 527–548.

- [53] Zhang, C., Sun, Y., Chen, H., & Wang, J. (2020). Generating adequate distractors for multiple-choice questions. *IC3K 2020 - Proceedings of the 12th International Joint Conference on Knowledge Discovery, Knowledge Engineering and Knowledge Management, 1*, 310–315. <https://doi.org/10.5220/0010148303100315>
- [54] Chamberlain, D. J., & Jeter, R. (2020). Creating Diagnostic Assessments. *Journal of Assessment in Higher Education, 1*(1), 30–49. <https://doi.org/10.32473/jahe.v1i1.116892>
- [55] Shin, J., Guo, Q., & Gierl, M. J. (2019). Multiple-choice item distractor development using topic modeling approaches. *Frontiers in Psychology, 10*(APR), 1–14. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2019.00825>
- [56] Regan, T. (2015). Item-writing guidelines for physics. *The Physics Teacher 53*(8), <https://doi.org/10.1119/1.4933152>
- [57] Preglej, L. (2014). Istraživanja U Nastavi. *Educatio Biologiae, 1*(1), 100–116.
- [58] Podatci Državnog zavod za statistiku, preuzeto s: <https://www.dzs.hr/> (Datum pristupa: 2.9.2021.)
- [59] Ministarstvo znanosti i obrazovanja RH, Modeli i preporuke za rad u uvjetima povezanim s COVID-19 u pedagoškoj/školskoj godini 2020./2021. <https://mzo.gov.hr/vijesti/skolska-godina-2020-2021-odgoj-i-obrazovanje/4505>
- [60] Nacionalni centar za vanjsko vrednovanje obrazovanja, Smjernice za izradu zadataka i njihovu primjenu u vrednovanju (2020). Preuzeto s: <https://www.ncvvo.hr/drzavna-matura-i-provedeni-ispiti/u-centru-mature/smjernice/> (Datum pristupa: 3.9.2021.)
- [61] Sarapa, N. (1996). Vjerojatnost i statistika, II. dio, osnove statistike – slučajne varijable, Školska knjiga d.d., Zagreb
- [62] Opić, S. (2011). 'Testiranje normalnosti distribucije u istraživanjima odgoja i obrazovanja', *Školski vjesnik*, 60(2.), str. 181-197. Preuzeto s: <https://hrcak.srce.hr/82182> (Datum pristupa: 7.9.2021.)

## POPIS TABLICA

Tablica 1. Raspodjela ishoda učenja iz pojedine sadržajne cjeline po zadacima.....	12
Tablica 2. Raspodjela bodova po zadacima .....	17
Tablica 3. Kodovi i opis kodova korištenih pri kvantitativnoj analizi zadataka, modificirano prema [48].....	17
Tablica 4. Snaga korelacije u ovisnosti o Pearsonovom koeficijentu korelacije [61].....	20
Tablica 5. Razine postignuća na ispitu iz matematike i broj ispitanika u pojedinoj razini .	22
Tablica 6. Razine postignuća na ispitu iz fizike i broj ispitanika u pojedinoj razini.....	22
Tablica 7. Aritmetička sredina ukupno ostvarenih bodova na pojedinom ispitu s obzirom na spol.....	24
Tablica 8. Rezultati učenika na pojedinom zadatku ispita iz matematike.....	27
Tablica 9. Rezultati učenika na pojedinom zadatku ispita iz fizike .....	28



## POPIS SLIKA

Slika 1. Grafički prikaz raspodjele učeničkih zaključnih ocjena iz matematike u sedmom razredu i fizike u osmom razredu .....	15
Slika 2. Dijagram raspršenja učenika prema ukupnim ostvarenim bodovima .....	21
Slika 3. Grafički prikaz raspodjele učeničkih rezultata po razinama postignuća i usporedba s normalnom raspodjelom .....	23
Slika 4. Grafički prikaz raspodjele rezultata učenica po razinama postignuća .....	23
Slika 5. Grafički prikaz raspodjele rezultata učenika po razinama postignuća .....	24
Slika 6. Grafički prikaz raspodjele kategorija ocjena iz matematike u sedmom razredu po razinama postignuća na ispitu iz matematike .....	25
Slika 7. Grafički prikaz raspodjele kategorija ocjena iz fizike u osmom razredu po razinama postignuća na ispitu iz fizike.....	25
Slika 8. Grafički prikaz raspodjele kategorija ocjena iz matematike u sedmom razredu po razinama postignuća na ispitu iz fizike.....	26
Slika 9. Dijagram raspršenja učenika po ostvarenosti ukupnih bodova na ispitu iz fizike u odnosu na zaključnu ocjenu matematike sedmog razreda.....	26
Slika 10. Dijagram raspršenja postignutih bodova u zadacima M1 i F2.....	28
Slika 11. Primjer učeničkog točnog postupka rješavanja zadatka F2 – određivanje jakosti električne struje.....	30
Slika 12. Primjer učeničkog točnog postupka rješavanja zadatka F2 – usporedba i postavljanje razmjera.....	30
Slika 13. Dijagram raspršenja postignutih bodova u zadacima M2 i F1 .....	31
Slika 14. Dijagram raspršenja postignutih bodova u zadacima M3 i F4.....	32
Slika 15. Primjer učeničkog netočnog postupka rješavanja c) dijela zadatka M3 .....	34
Slika 16. Primjer učeničkog točnog rješenja b) dijela zadatka F4 dobivenog metodom uzastopnog približavanja .....	35
Slika 17. Primjer učeničkog točnog rješenja c) dijela zadatka F4 dobivenog metodom uzastopnog približavanja .....	35
Slika 18. Dijagram raspršenja postignutih bodova u zadacima M4 i F3.....	35
Slika 19. Primjer učeničkog objašnjenja točnog odgovora u zadatku M4 skicom.....	36
Slika 20. Primjer učeničkog netočnog postupka rješavanja zadatka M4 .....	37
Slika 21. Primjer učeničkog točnog postupka rješavanja zadatka F3 .....	38
Slika 22. Dijagram raspršenja postignutih bodova u zadacima M5 i F5.....	39

Slika 23. Primjer učeničkog točno riješenog a) i b) dijela zadatka, a nepotpuno riješenog c) dijela zadatka F5 .....	40
Slika 24. Primjer učeničkog pogrešno provedenog postupka rješavanja c) dijela zadatka M5.....	41