

# Ovisnost rotacije i aktivnosti Sunca tijekom 24. Sunčevog ciklusa

---

**Mihojević, Tomislav**

**Master's thesis / Diplomski rad**

**2022**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Rijeka / Sveučilište u Rijeci**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:194:808415>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-04-02**



*Repository / Repozitorij:*

[Repository of the University of Rijeka, Faculty of Physics - PHYRI Repository](#)



**SVEUČILIŠTE U RIJECI**  
**FAKULTET ZA FIZIKU**



**Ovisnost rotacije i aktivnosti Sunca**  
**tijekom 24. Sunčevog ciklusa**

Tomislav Mihojević

Diplomski rad

Rijeka, 2022.

**SVEUČILIŠTE U RIJECI**

**FAKULTET ZA FIZIKU**

**Diplomski studij Fizika**

**Smjer Astrofizika i fizika elementarnih čestica**



**Ovisnost rotacije i aktivnosti Sunca  
tijekom 24. Sunčevog ciklusa**

**Tomislav Mihojević**

**Diplomski rad**

**Mentor: doc. dr. sc. Ivana Poljančić Beljan**

**Rijeka, 2022.**

Želio bi se zahvaliti svojoj obitelji, prijateljima i svima onima koji su me podržavali za vrijeme mojeg studiranja. Velike zahvale idu i svim profesorima, asistentima i svima onima koji su mi ovih godina bezuvjetno prenosili svoje znanje i time pridonijeli mojem osobnom akademskom napretku. Posebno se želim zahvaliti svojoj mentorici doc. dr. sc. I.P. Beljan koja mi je uvelike pomogla u izradi ovog rada svojim znanjem, savjetima i strpljivošću koju je imala prema meni.

Fakultet me je naučio mnogim stvarima. Prije svega kako biti discipliniran, marljiv i uporan. Upoznao sam mnogo divnih ljudi za vrijeme svojeg boravka u Rijeci te će mi mnogi od njih ostati prijatelji za cijeli život.

Sada okrećem jednu novu stranicu u svom životu i jedva čekam vidjeti što će mi budućnost donijeti!

# Ovisnost rotacije i aktivnosti Sunca za vrijeme 24. Sunčevog ciklusa

## Sažetak

Diferencijalna rotacija Sunca posljedica je gibanja plazme unutar konvektivne zone te je rezultat međudjelovanja plazme i jakih magnetskih polja. Teorijska predviđanja zasnovana na dinamo modelima predviđaju veću vrijednost ekvatorijalne brzine rotacije i gradijenta diferencijalne rotacije (apsolutna vrijednost) za vrijeme minimuma Sunčeve aktivnosti kada imamo povećan prijenos angularnog momenta prema ekvatoru. No dosadašnja se opažanja nisu u potpunosti slagala s numeričkim modelima i rezultatima koja predviđa teorija. Cilj ovog rada upravo je dati bolji uvid u neslaganja teorije i eksperimenta te dati bolji uvid u ovisnost rotacije i aktivnosti. Međutim, činjenica da 24. ciklus Sunčeve aktivnosti u dosadašnjim publikacijama vezanim u KSO podatke nije bio pokriven u cijelosti također je bila od presudne važnosti za odabir analize upravo tog perioda. U ovom su radu napravljena mjerenja za 24. ciklus aktivnosti (2009. - 2020.). Dobivene su vrijednosti za ekvatorske rotacijske brzine (parametar diferencijalne rotacije  $A$ ) i gradijent diferencijalne rotacije (parametar diferencijalne rotacije  $B$ ) za sve godine ciklusa i za ciklus kao cjelinu. Napravljeni su profili diferencijalne rotacije dobiveni prilagođavanjem odgovarajućih krivulja putem metode najmanjih kvadrata pri tome koristeći vrijednosti sideričkih brzina rotacije koje smo dobili pretvorbom iz sinodičkih. Sinodičke brzine rotacije su dobivene metodom dnevnog pomaka ili linearnom metodom najmanjih kvadrata. Nadalje su određene ovisnosti parametara  $A$  i  $B$  o aktivnosti. Rezultati koje smo dobili pokazuju signifikantnu negativnu korelaciju parametra  $A$  i Sunčeve aktivnosti (relativnog Wolfvog broja) dok rezultati dobiveni za parametar  $B$  pokazuju insignifikantnu negativnu korelaciju. Korišteni opažački podatci i mjerenja za ovaj rad preuzeti su sa *Kanzelhöhe Observatory for Solar and Environmental research*.

**Ključne riječi:** Sučeve pjege, Sunčev ciklus, diferencijalna rotacija, zakon diferencijalne rotacije, Sunčeva aktivnost, parametri diferencijalne rotacije, faza ciklusa.

# Dependence of solar differential rotation and activity during solar cycle no. 24

## Abstract

Differential rotation of the Sun is a consequence of deep plasma motion inside convective zone and exists as a result of interaction between plasma and strong magnetic fields. Theoretical predictions, based on dynamo models, predict larger value of solar equatorial rotation velocity and larger absolute value of the gradient of differential rotation during minimum of solar activity, when there is increased transfer of angular momentum towards the equator. But, previous experimental results do not completely agree with theoretically predicted numerical models and results. Therefore our goal is to give better insight into discrepancies between theoretical and experimental results concerning the dependence of the solar differential rotation and solar activity. In this thesis we performed measurements for solar cycle no. 24 (2009. - 2020.). We obtained equatorial rotational velocity values (parameter  $A$ ) and differential rotation gradient values (parameter  $B$ ) separately for all years and for the cycle as a whole. Differential rotation profiles were obtained by the least square fitting thereby using values for sidereal rotation velocities that were obtained from synodic ones. Synodic rotation velocities were obtained by daily shift method or linear least square method. Furthermore we determined the dependence of the parameters  $A$  and  $B$  on the solar activity. The obtained results show significant negative correlation between parameter  $A$  and activity while results obtained for parameter  $B$  and activity show insignificant negative correlation. Data and measurements used in this thesis are provided by Kanzelhöhe Observatory for Solar and Environmental research.

**Key words:** Sun spots, Sun cycle, differential rotation, rotation law, Sun activity, rotation parameters, cycle phase.

# Sadržaj

<b>1</b>	<b>Uvod</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Teorijski dio</b>	<b>4</b>
2.1	Diferencijalna rotacija Sunca . . . . .	4
2.2	Metode određivanja Sunčeve rotacije . . . . .	5
2.3	Sunčeve pjege . . . . .	6
2.3.1	Magnetska svojstva Sunčeve pjege . . . . .	7
2.3.2	Magnetsko polje umbre . . . . .	8
2.3.3	Magnetsko polje penumbre . . . . .	10
2.4	Model nastanka Sunčeve pjege . . . . .	12
2.5	Površinska rotacija i rotacija u unutrašnjosti . . . . .	16
2.5.1	Struktura Sunca . . . . .	16
2.5.2	Zakon diferencijalne rotacije Sunca . . . . .	18
2.5.3	Rotacija u unutrašnjosti . . . . .	19
2.6	Sunčevi ciklusi aktivnosti . . . . .	20
<b>3</b>	<b>Teorija vs. rezultati</b>	<b>26</b>
3.1	Što nam nalaže teorija? . . . . .	26
3.1.1	Jednadžba transporta angularnog momenta . . . . .	26
3.2	Što je do sada napravljeno i slažu li se rezultati s teorijom? . . . . .	27
<b>4</b>	<b>Metode mjerenja i obrada podataka</b>	<b>33</b>
4.1	Opservatorij Kanzelhöhe . . . . .	33
4.2	Određivanje heliografskih koordinata . . . . .	33
4.2.1	Redukcija podataka pri određivanju koordinata . . . . .	34
4.3	Određivanje rotacijskih brzina . . . . .	34
4.3.1	Redukcija podataka pri određivanju rotacijskih brzina . . . . .	35
4.4	Shematski prikaz postupka obrade podataka . . . . .	35
<b>5</b>	<b>Rezultati mjerenja i diskusija</b>	<b>38</b>
5.1	Parametri diferencijalne rotacije za 24. ciklus Sunčeve aktivnosti . . . . .	38
5.2	Profili diferencijalne rotacije 24. ciklusa Sunčeve aktivnosti . . . . .	39
5.3	Ovisnost parametara A i B o Sunčevoj aktivnosti . . . . .	40
5.4	Vremenska ovisnost parametara A i B . . . . .	43
<b>6</b>	<b>Zaključak</b>	<b>46</b>

# 1 Uvod

Sunčeva se aktivnost očituje kroz mnoštvo različitih pojava koje variraju na različitim vremenskim skalama. Neke od tih pojava uključuju: Sunčeve pjege, Sunčeve baklje, prominencije, Sunčeve bljeskove, koronalne izbačaje mase... Najistaknutije očitovanje Sunčeve aktivnosti kao posljedice ovih pojava vidljivo je u 11-godišnjem Sunčevom ciklusu koji se još naziva i Schwabe-ov ciklus (dalje u radu Sunčev ciklus) po njemačkom astronomu S. H. Schwabe-u koji je u 19. stoljeću uočio da postoji pravilnost u pojavljivanju Sunčevih pjega. Opsežan pregled dugoročnog ponašanja Sunčeve aktivnosti i Sunčevog ciklusa može se pronaći u radovima [21] i [62].

Sunčeva se rotacija određuje koristeći 3 različite metode koje uključuju: metodu mjerenja položaja opažanih ustrojstava na snimkama ili crtežima Sunčeve ploče (od eng. *tracer method*), metodu spektroskopije i helioseizmologije. U izradi ovog rada koristio sam prvu od navedenih metoda pri kojoj su kao opažana ustrojstva korištene Sunčeve pjege i grupe Sunčevih pjega koje se u literaturi vrlo često koriste za istraživanje/praćenje vremenskih varijacija Sunčeve rotacije. Razlog tomu je dostupnost velikog broja setova podataka sa različitih opservatorija, npr. *The Greenwich photoheliographic results (GPR) data set* ([5], [1] i [4]), *Extended Greenwich results (EGR) data set* ([47], [31], [71], [32], [33], [10], [11] i [58]), *The Mt. Wilson data set* ([23], [18] i [22]), *The Debrecen photoheliographic data (DPD)* ([58]), *Kanzelhöhe Observatory for Solar and Environmental Research (KSO) data set* ([39], [40], [3], [7], [46], [8]) i drugi...

U ovom su radu korišteni podatci dobiveni na opservatoriju Kanzelhöhe koji se nalazi iznad Villacha u Austriji. Nešto više informacija o samom opservatoriju, metodama mjerenja i teoriji bitnoj za razumijevanje rada kao cjeline bit će prezentirano u dijelu rada o metodama mjerenja i obradi podataka.

Općeprihvaćena tvrdnja jest da Sunčev ciklus ima magnetsku prirodu, odnosno da je generiran dinamo procesima unutar Sunca. Magnetsko polje Sunca nastaje kao rezultat međudjelovanja inicijalnog poloidalnog polja s gibanjima plazme, tj. pod utjecajem diferencijalne rotacije konvektivne zone. Fizikalni procesi koji se odvijaju u pozadini jednog ovakvog složenog magneto-hidrodinamičkog sustava još uvijek su velika nepoznanica i predmet znanstvenih istraživanja.

Kada se u istraživanju Sunčeve diferencijalne rotacije kao opažana ustrojstva



koriste Sunčeve pjege i grupe Sunčevih pjega tada opažački rezultati vezani uz sideričku kutnu brzinu, odnosno kutnu brzinu koju bismo mjerili točno na površini Sunca, se često opisuju zakonom Sunčeve diferencijalne rotacije:

$$\omega(b) = A + B \sin^2 b + C \sin^4 b \quad (1)$$

U gornjoj relaciji  $\omega$  predstavlja kutnu brzinu rotacije,  $b$  heliografsku širinu dok su  $A$ ,  $B$ , i  $C$  parametri diferencijalne rotacije. Parametar  $A$  se odnosi na kutnu brzinu rotacije na ekvatoru dok  $B$  (kao negativna vrijednost) predstavlja gradijent diferencijalne rotacije. Drugim riječima  $B$  se može opisati kao mjera rotacijske neuniformnosti, tj. opisuje razliku između rotacije brzine polova i ekvatora. Parametar  $C$  se u slučaju korištenja Sunčevih pjega kao opažanih ustrojstava izostavlja što će biti prokomentirano malo kasnije.

Teorijske pretpostavke koje se baziraju na analitičkim rješenjima jednadžbe transporta kutne količine gibanja unutar konvektivne zone ([13], [35], [36], [43] i [63]) predviđaju da je ukupan prijenos kutne količine gibanja prema ekvatoru manje efikasan u vrijeme izraženije aktivnosti Sunca. Vrijedi i suprotno: za vrijeme kada je Sunce manje aktivno prijenos kutne količine gibanja prema ekvatoru je efikasniji. Ova se činjenica manifestira na parametre diferencijalne rotacije na sljedeći način: za vrijeme minimuma aktivnosti (kada je prijenos kutne količine gibanja efikasniji) povećana ekvatorijalna rotacija rezultira većom vrijednošću parametra  $A$  te većom apsolutnom vrijednošću parametra  $B$ . U pravilu je prvi zaključak koji se tiče parametra  $A$  u skladu sa dosadašnjim eksperimentalnim rezultatima ([34], [50] i [8]) dok se eksperimentalni rezultati za parametar  $B$  ne slažu s teorijskim predviđanjima ([40], [18], [4], [19], [71], [10], [34], [38] i [2]). Rezultati za parametar  $B$  različiti su ovisno o autoru, korištenim setovima podataka i godini, tj. ciklusu koji je promatran. Sve ove nekonzistentnosti ukazuju na to da se javlja potreba za daljnom analizom podataka koja će biti ili preciznija te time postaviti bolje granice na eksperimentalna mjerenja ili eventualno ukazati na neka nova saznanja koja do sada nisu bila uočena.

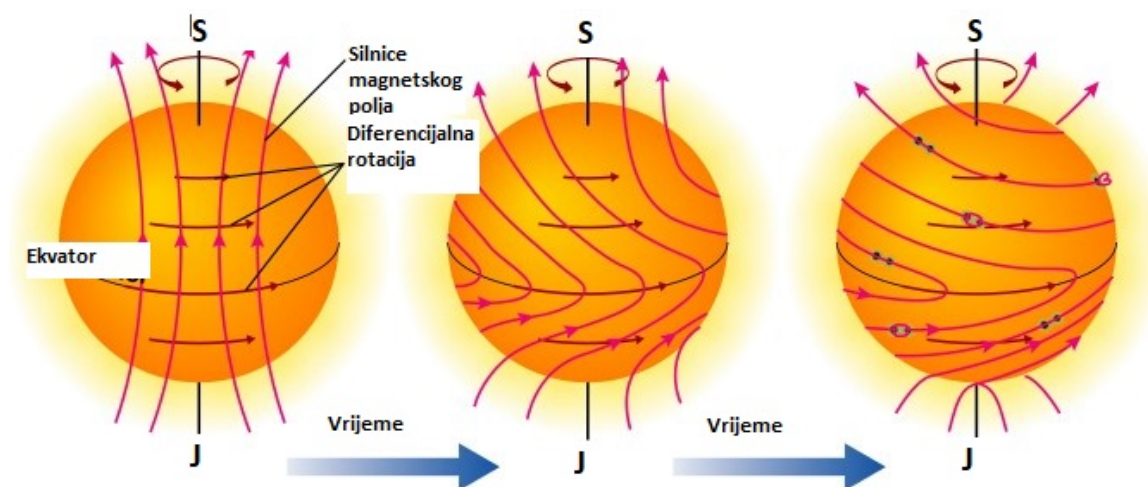
Upravo zbog prethodno navedenih razloga precizna mjerenja diferencijalne rotacije Sunca, vremenske promjene diferencijalne rotacije te analiza odnosa diferencijalne rotacije i aktivnosti Sunca daju nam važne opažačke (numeričke) granice na modeliranje Sunčevog dinama. Navedeno predstavlja glavnu motivaciju i

cilj ovog rada. Međutim, činjenica da 24. ciklus Sunčeve aktivnosti u dosadašnjim publikacijama vezanim za KSO podatke nije bio pokriven u cijelosti također je bila od presudne važnosti za odabir analize upravo tog perioda.

## 2 Teorijski dio

### 2.1 Diferencijalna rotacija Sunca

S obzirom na vrlo visoku temperaturu Sunca ono se nalazi u agregacijskom stanju koje nazivamo plazmom. Plazmu možemo definirati kao kvazineutralni plin koji je sastavljen od ioniziranih i neutralnih čestica te pokazuje skupno međudjelovanje zasnovano na Coulombovoj sili [66]. Termin kvazineutralan se odnosi na činjenicu da je makroskopski gledano neutralan, odnosno ne posjeduje električni naboj. Iz prethodno spomenutog razloga Sunce ne rotira kao kruto tijelo već posjeduje diferencijalnu rotaciju što znači da različiti dijelovi Sunca rotiraju različitim kutnim brzinama (dijelovi Sunca koji se nalaze bliže ekvatoru imaju veću kutnu brzinu rotacije od polova). Izgled magnetskog polja Sunca tijekom minimuma magnetske aktivnosti i utjecaj diferencijalne rotacije Sunca na orijentaciju magnetskih silnica vidljiv je na slici 1. Tijekom minimuma Sunčeve aktivnosti magnetsko polje Sunca



Slika 1: Shema diferencijalne rotacije Sunca. Izvor: [26]

je oblika štapićastog magneta pa su samim time i silnice magnetske indukcije  $\vec{B}$  usmjerene uzdužno, čineći tzv. poloidalno polje. Zbog već spomenute veće kutne brzine rotacije ekvatorskih područja dijelovi koji se nalaze bliže polovima zaostaju u rotaciji te za rezultat imamo izduživanje magnetskih silnica oko ekvatorskog područja, čime nastaje tzv. toroidalno polje. Budući da magnetske silnice ostaju "zamrznute" u plazmi uslijed konvekcije i diferencijalne rotacije, nakon velikog broja rotacija silnice se uzdižu i izlaze na površinu stvarajući petlje. Na tim se mjestima

pojavljaju različita ustrojstva kojima se manifestira Sunčeva aktivnost od kojih su neka bila spomenuta već u uvodnom dijelu (Sunčeve pjege, prominencije, bljeskovi...).

## 2.2 Metode određivanja Sunčeve rotacije

Dugoročna opažanja gibanja velikih struktura (kao što su Sunčeve pjege) u fotosferi i konvektivnoj zoni nam uvelike pomažu u razumijevanju Sunčevog ciklusa. Postoje 3 osnovne metode određivanja diferencijalne rotacije Sunca u svrhu određivanja rotacijskih kutnih brzina na različitim heliografskim širinama. Te metode su sljedeće:

1. Metoda mjerenja položaja opažanih ustrojstava
2. Spektroskopska metoda (mjerenje Dopplerovog pomaka)
3. Metoda helioseizmologije

Prve dvije metode koriste se za određivanje rotacijskih brzina na površini Sunca te mjerenja pokrivaju period od mnogo godina (50 ili više) dok helioseizmologija određuje rotacijske brzine u Sunčevoj unutrašnjosti i pokriva kraći vremenski period. Informaciju o unutrašnjoj strukturi Sunca te rotacijskim brzinama u unutrašnjosti dobijamo istraživanjem seizmičkih valova u unutrašnjosti Sunca te mjerenjem pripadnih rezonantnih frekvencija. Ovime se bavi metoda helioseizmologije. ipak za istraživanje uzoraka gibanja velikih struktura koje se pojavljuju na površini Sunca te koje su povezane sa Sunčevim ciklusom potrebna je analiza podataka prikupljenih za vrijeme trajanja cijelog ciklusa ili čak i duže, što je vremensko razdoblje duže od onog koji može pokriti helioseizmologija.

Kada je riječ o spektroskopskoj metodi interpretacija pomaka spektralnih linija u podacima zahtijeva kompleksnu analizu poput: uklanjanja komponenti gibanja koje su rezultat Zemljine rotacije i orbite, uklanjanja instrumentalnog pomaka (eng. *instrumental drift*), uklanjanja zalutale svjetlosti (eng. *stray light*)... Pritom je analiza podataka kod metode praćenja ustrojstava prilično jasna uz pojavljivanje manjeg broja sistematskih pogrešaka. S druge pak strane, tzv. *random noise level* kod metode praćenja ustrojstava je 1 do 2 reda veličine veći nego što je to u slučaju spektroskopske metode. Izvor ovog problema kod praćenja ustrojstava leži u određivanju prosječnih brzina u vremenu između 2 ili više opažanja dok se

Dopplerovim pomakom mjeri trenutna brzina. Još jedna fundamentalna razlika između ovih dviju metoda jest u tome što kod Dopplerove metode imamo komponentu rotacijske brzine u smjeru doglednice (eng. *line of sight*) dok je kod praćenja ustrojstava ta komponenta transverzalna.

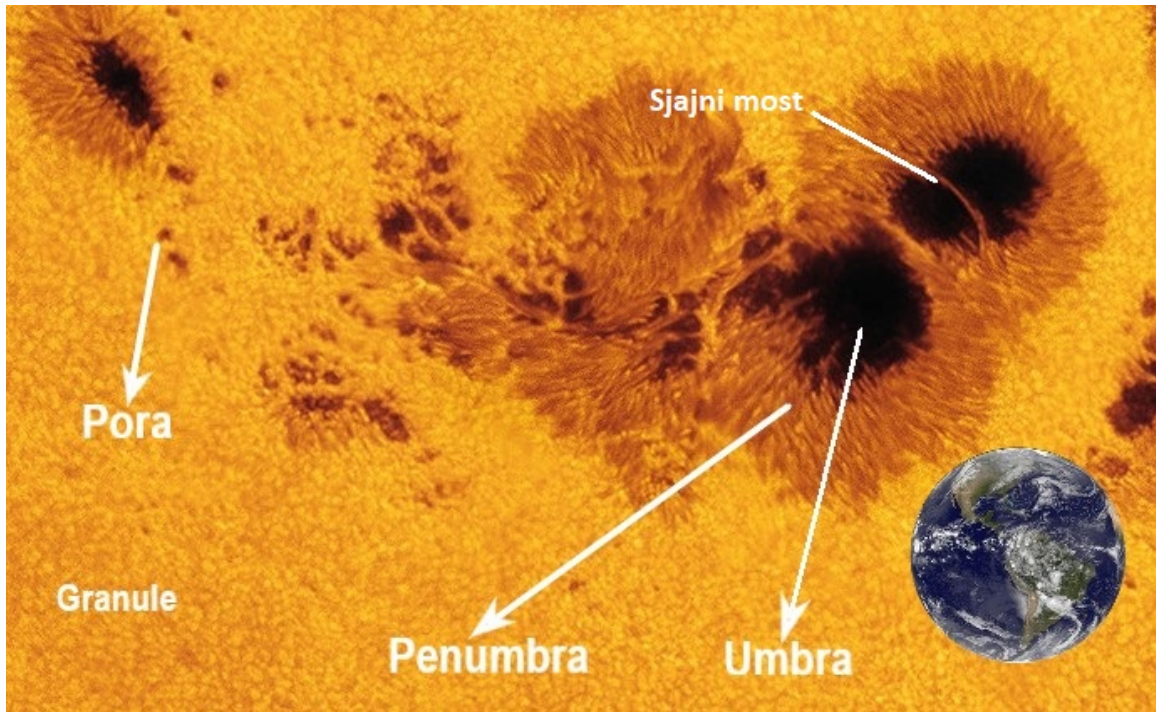
Također većina objekata koji se koriste kao opažana ustrojstva sastoje se od snopova cijevčica magnetskih silnica (eng. *bundle of flux tubes*) koje se šire radijalno prema van i pokazuju rotaciju u dubljim magnetskim slojevima dok, nasuprot tome, metoda Dopplerovih pomaka pokazuje rotaciju trenutnog sloja, koji se opaža.

Kod metode praćenja ustrojstava, koja se koristi u ovom radu, rotacijske brzine pojedinih struktura (u našem slučaju Sunčevih pjega i grupa Sunčevih pjega) na Sunčevoj površini određuju se praćenjem promjena njihovih položaja u vremenu.

Nisu sva Sunčeva ustrojstva prikladna za mjerenje rotacijskih brzina. Pokazuje se da su koronine svijetle točke (eng. *coronal bright points* -CBPs) i grupe Sunčevih pjega prikladna ustrojstva za određivanje koronalne i fotosferske diferencijalne rotacije. Kao što je već u uvodu spomenuto, Sunčeve pjege i grupe Sunčevih pjega najčešće su korištena ustrojstva pri određivanju rotacijskih brzina zbog dostupnosti velikog broja dugoročnih opažачkih podataka sa različitih opservatorija. S druge strane CBP-ovi pokrivaju kraći vremenski period kada imamo dostupno opažачko vrijeme na satelitu no imaju tu prednost što se pojavljuju i u polarnim područjima gdje nemamo pojavljivanja Sunčevih pjega. Iz navedenog proizlazi da se ova ustrojstva vrlo dobro upotpunjuju.

### 2.3 Sunčeve pjege

Sunčeve su pjege tamnija područja na fotosferi Sunca koja, zbog svoje niže temperature od okolnog područja djeluju kao tamne mrlje na Sunčevoj površini (slika 2). Povijest promatranja Sunčevih pjega seže daleko u prošlost od stare Kine 800 god. pr. Kr. [70], preko Galilea (1610.) do današnjih dana. Pojavljuju se kao pojedinačni objekti ili u grupama.



Slika 2: Struktura Sunčeve pjege. Izvor: [25]

### 2.3.1 Magnetska svojstva Sunčeve pjege

Magnetska aktivnost Sunca nije uniformno distribuirana po površini Sunca već je koncentrirana u aktivnim područjima gdje Sunčeve pjege igraju ključnu ulogu. Na slici 2 možemo vidjeti osnovne gradivne elemente Sunčeve pjege. To su: granula, pora, umbra, penumbra i sjajni most.

Sunce ima granulastu strukturu a prosječna veličina jedne granule iznosi oko 1500 km. Najmanje pjege, promjera nekoliko tisuća km ( $\sim 7000$  km) nemaju penumbra i nazivaju se pore. Na površini Sunca se pojavljuju u obliku malenih crnih mrlja približno kružnog oblika. Spajanjem više takvih pora može doći do formiranja jedne veće pore, koju onda nazivamo umbra ([64], [72], [60] i [41]). Ako promjer jedne takve novoformirane pore dosegne promjer od 3500 km ili više ili ukupan magnetski tok reda veličine  $1 * 10^{20} \text{ Mx}^1$ , dolazi do formiranja penumbre [37].

Razlog tamnjenja Sunčeve pjege leži u jakim magnetskim poljima koja djelomično sprječavaju uobičajeni prijenos energije konvekcijom do Sunčeve

<sup>1</sup>**Maxwell:** Jedinica magnetskog toka u CGS sustavu. (U SI sustavu jedinica magnetskog toka je Weber (Wb). Odnos ovih dviju veličina je sljedeći:  $1\text{Mx}=10^{-8}\text{Wb}$ )

fotosfere ili neposredno ispod nje. Na slici 2 se također mogu zamijetiti umbralne točke koje ukazuju na prijenos energije konvekcijom unutar umbre. Prosječna veličina Sunčeve pjege iznosi oko 10000 - 20000 km, pri čemu središnji tamniji dio predstavlja umbru koja je okružena nešto svijetlijom penumbrom. U samom je središtu pjege magnetsko polje jačine od nekih 2800 G<sup>2</sup> te je usmjereno vertikalno prema van. Kako se odmičemo od središta pjege kut odklona silnica polja od vertikale postaje veći, dok jakost toka magnetskog polja opada dosežući 1000 G ili manje [67]. Tok energije kroz određeno područje umbre iznosi 20% toka kroz ekvivalentno područje fotosfere, što odgovara temperaturnom deficitu od otprilike 2000 K. S druge strane tok energije kroz određeno područje penumbre dosta je veći u usporedbi s ekvivalentnim područjem umbre te iznosi 75% ukupnog toka kroz ekvivalentno područje fotosfere i odgovara temperaturnom deficitu od svega 400 K ([61], [67] i [57]). U nekim umbrama postoje i sjajni dijelovi koji se u literaturi mogu naći pod nazivom sjajni mostovi. U tablici 1 uspoređena su fizička svojstva umbre i penumbre.

Tablica 1: Fizička svojstva umbre i penumbre

	Umbra	Penumbra
Opis	Tamniji i hladniji dio	Svijetliji i manje hladan dio
Položaj	U središtu pjege	Okružuje umbru
Jakost $\vec{B}$	$\sim 2800$ G	$\leq 1000$ G
Tok energije	$\Phi_{umbra} \approx 20\% \Phi_{fot}$ <sup>3</sup>	$\Phi_{penumbra} \approx 75\% \Phi_{fot}$
Temperaturni deficit	2000 K	400 K

U ovom poglavlju navedena su neka od osnovnih fizičkih svojstava Sunčevih pjega koja su relevantna za ovaj rad. Više teorijskih saznanja dostupno je u [61].

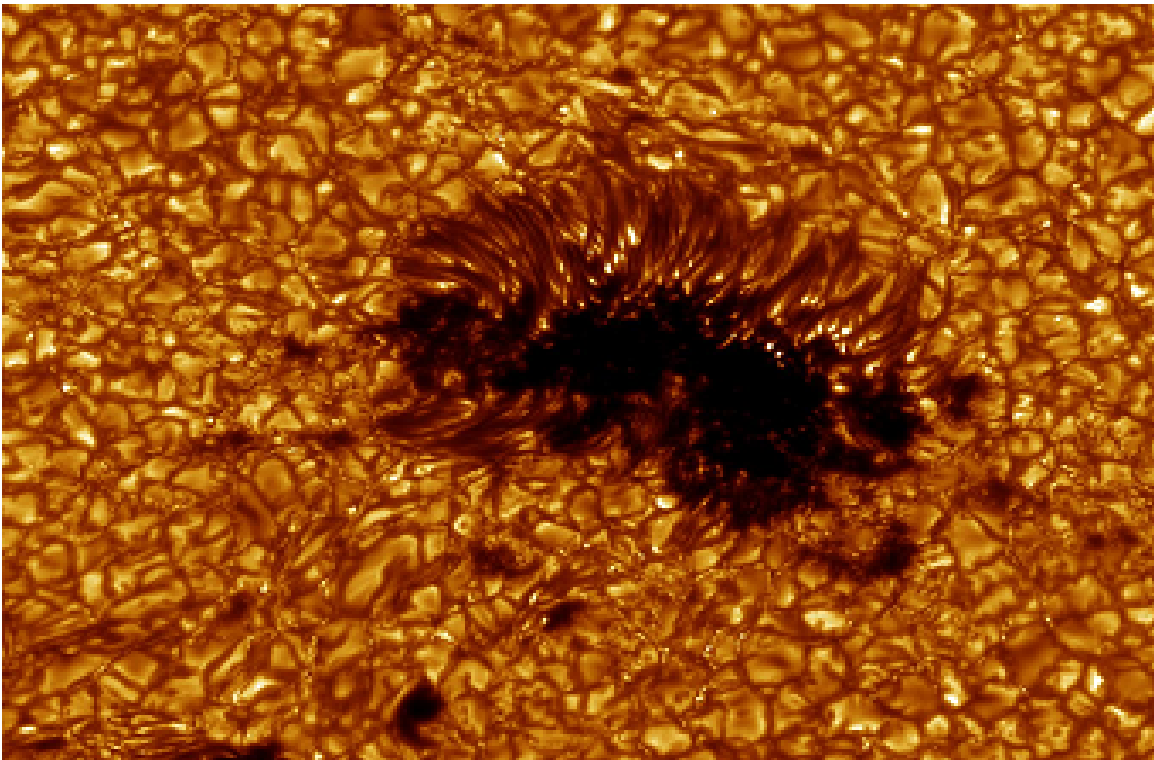
### 2.3.2 Magnetsko polje umbre

Postoji nekoliko teorijskih modela koji opisuju magnetsko polje unutar umbre te samim time i razlog tamnjenja umbre kao rezultat spriječavanja prolaska toka energije do fotosfere. Još je Biermann 1941. godine [9] ponudio standardno objašnjenje ovog hlađenja kao već prije spomenuto spriječavanje konvektivnog

<sup>2</sup>**Gauss**: Jedinica jakosti magnetskog polja u CGS sustavu. (U SI sustavu jedinica jakosti magnetskog polja je Tesla (T). Odnos ovih dviju veličina je sljedeći: 1G=10<sup>-4</sup>T)

<sup>3</sup> $\Phi_{fot}$  označava tok energije kroz ekvivalentno područje fotosfere.

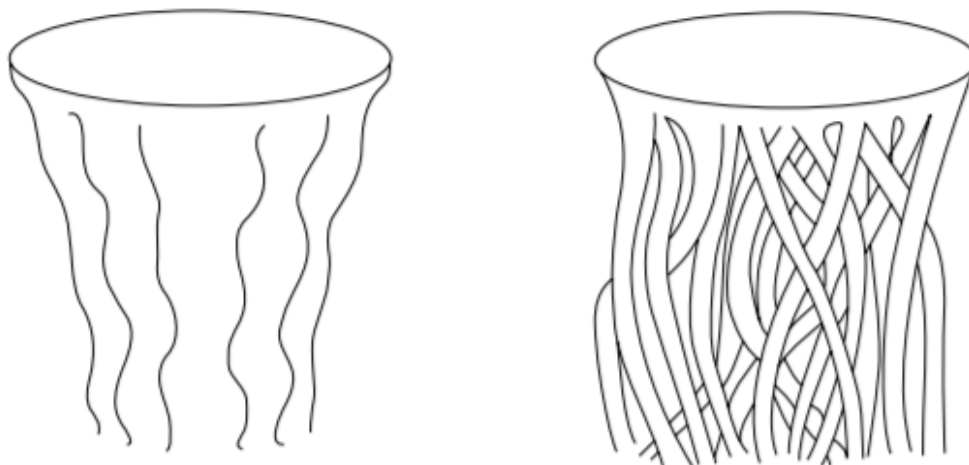
prijenosa energije neposredno ispod Sunčeve pjege uslijed jakih magnetskih polja. No izračuni koji su tada uslijedili pokazali su da bi ukupan tok energije u odnosu na ekvivalentno područje fotosfere bio reduciran samo za  $\sim 5\%$  što nije u skladu s mjerenjima. Kao rezultat Parker 1979. godine [42] predstavlja svoj tzv. *cluster* model u kojem magnetsko polje nije kompaktna struktura već je polje odvojeno u više grana (eng. *flux tubes*) koje se isprepliću kako se ide prema dubljim slojevima. Između ovih grana nalaze se područja u kojima nemamo prisutno magnetsko polje. Ovaj model može objasniti i nastajanje umbralnih točaka unutar umbre, koje su nešto svjetlije od okolnog područja, a nastaju na mjestima gdje konvektivni tok energije prema površini nije potisnut djelovanjem jakih magnetskih polja. Vremenski vijek im opada s veličinom te traje u prosjeku od 14 min (medijan 6 min) do maksimalno 2h [55]. Umbralne točke vidljive su na slici 3.



Slika 3: Umbralne točke i granulasta struktura Sunca, Institut za fiziku Sunca u Stockholm-u, Švedska. Izvor: [29]

Još jedan model kojim se opisuje magnetsko polje umbre je monolitički model (eng. *monolithic model*) ili model kompaktnog polja. Za razliku od potonjeg u ovom je modelu magnetsko polje kompaktna struktura te silnice polja nisu odvojene u više





Slika 4: Modeli magnetskog polja umbre. Lijevo je prikazan model kompaktnog polja dok je desno prikazan *cluster* model. Izvor: [61]

grana. Grafički prikaz oba modela prikazan je na slici 4.

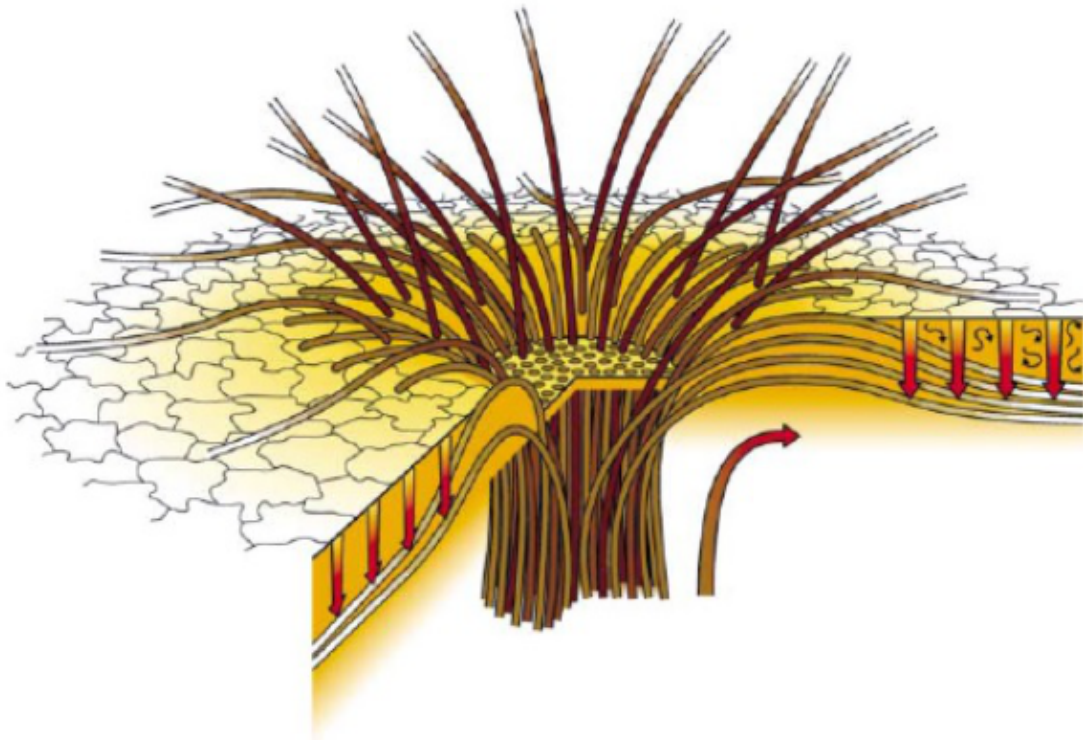
Na većini umbra Sunčevih pjega mogu se, posebice prema kraju trajanja vremenskog vijeka umbre, pronaći svijetle tvorevine koje se nazivaju sjajni mostovi (eng. *light bridges*). Razlikuju se po obliku, veličini i sjaju dok se najveći od njih mogu protezati preko cijele površine umbre dijeleći ju na 2 dijela istog magnetskog polariteta. Magnetsko polje sjajnog mosta slabije je od polja u ostatku umbre koja ga okružuje te im je samim time sjaj sličniji sjaju penumbre. Moglo bi se reći da nalikuju na vlaknaste segmente penumbre koji zadiru u područje umbre kao na slici 3.<sup>4</sup>

### 2.3.3 Magnetsko polje penumbre

Struktura penumbre je takva da se sastoji od svijetlih i tamnih vlakana koji se šire radijalno prema van što je najlakše vidljivo ako pogledamo pojedinačnu (izoliranu) Sunčevu pjegu. Za razliku od modela magnetske indukcije  $\vec{B}$  umbre, medij između vlakana penumbre je jako magnetiziran. Svjetlija se vlakna više pojavljuju u unutarnjem dijelu penumbre gdje je vlaknasta struktura i više izraženija. Tamnija vlakna dominiraju vanjskim dijelom penumbre te u tom dijelu dolazi do izražaja granulacijska struktura Sunca gdje se vlaknasta struktura polako gubi. Postoji niz

<sup>4</sup>Slika je snimljena sa švedskim 1-metarskim Sunčevim teleskopom koji se nalazi na otoku La Palma (Španjolska). Opažanja su proveli Odbjorn Engvold, Jun Elin Wiik i Luc Rouppe van der Voort 22.8.2003.

članaka (opažanja visokih rezolucija) koji potvrđuju strukturu penumbre nalik na isprepletana vlakna kod češlja (eng. *interlocking comb structure*), što je prikazano na slici 5. Kod svjetlijih je vlakana na granici umbre i penumbre magnetsko polje nagnuto pod kutem od  $30^\circ$  u odnosu na vertikalu dok taj nagib raste prema vanjskom dijelu penumbre i iznosi  $50^\circ - 60^\circ$ . S druge strane magnetske silnice kod tamnijih vlakana nagnute su pod kutem od  $65^\circ$  na granici umbre i penumbre dok taj nagib raste prema vanjskim dijelovima u kojima je magnetsko polje skoro horizontalno usmjereno. Svjetlija vlakna, izlazeći iz penumbre, šire se u Sunčevu koronu i protežu se daleko van površine dok se tamnija vlakna protežu tik iznad površine Sunca, a neka od njih zalaze natrag ispod površine (slika 5).

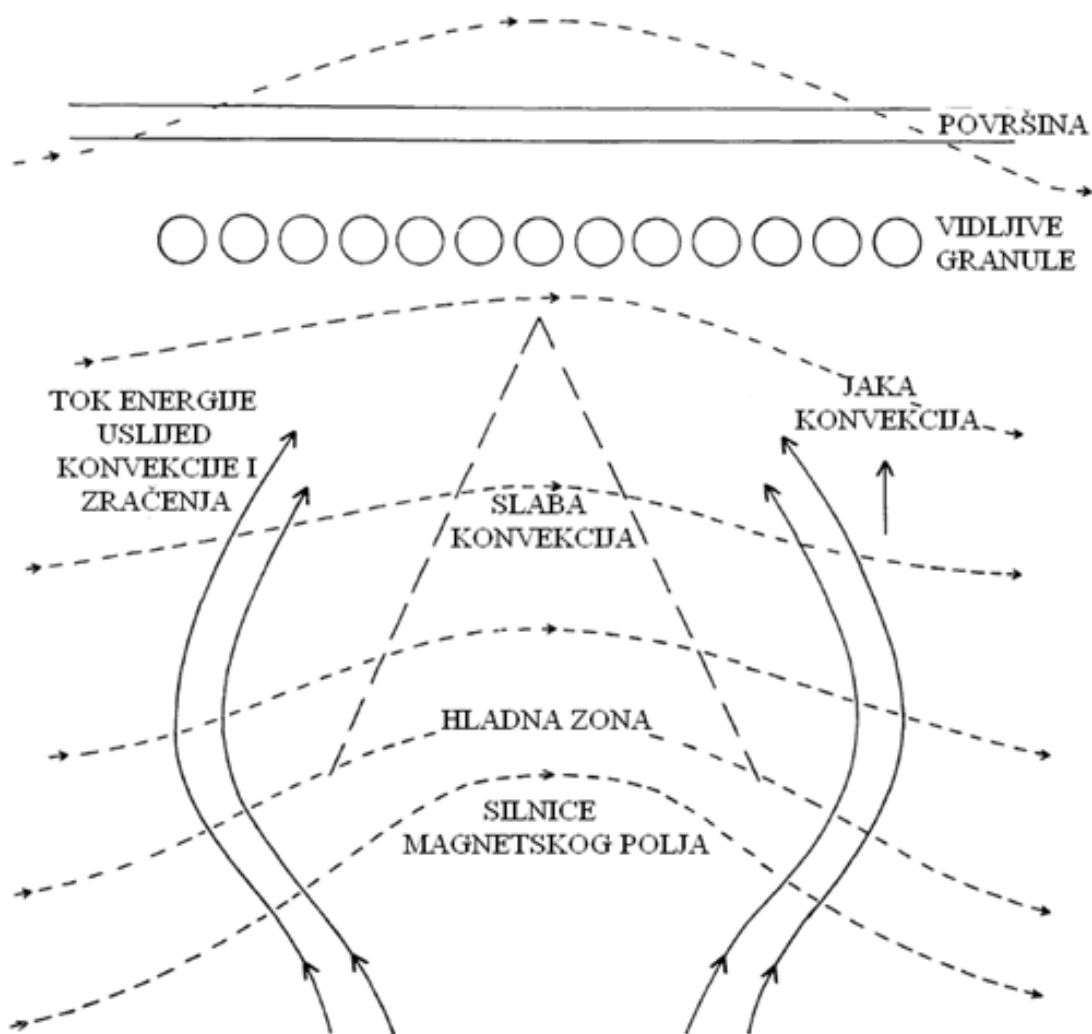


Slika 5: Magnetsko polje penumbre. Izvor: [61]

## 2.4 Model nastanka Sunčeve pjege

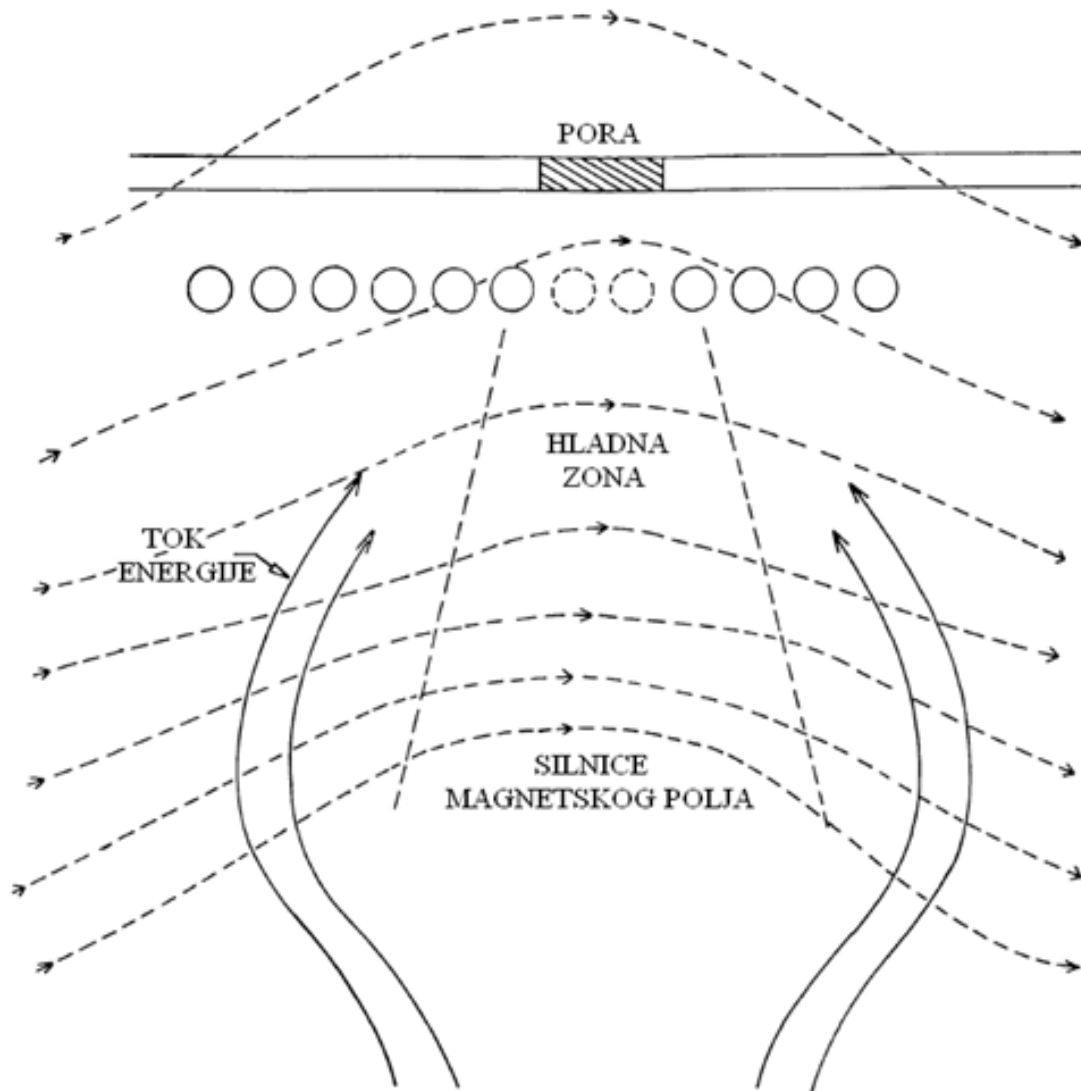
Model nastanka Sunčeve pjege opisao je još daleke 1968. godine P.R. Wilson opisujući ga kao uzdizanje magnetskog polja te ga je nazvao modelom hladnog stošca (eng. *cool cone model*). Opisuje nastanak pjege u nekoliko različitih faza.

U prvoj fazi netom prije nastanka pore konvekcija u dubljim slojevima već je potisnuta jakim "uvrnutim" magnetskim poljem te dolazi do formiranja hladnog područja (slika 6). U isto vrijeme horizontalni prijenos energije radijacijom i konvekcijom smanjuje promjer ovog hladnog područja u gornjem dijelu konvektivne zone te dolazi do formiranja hladnog stošca. Ukoliko je magnetsko polje dovoljno duboko ispod površine Sunca, ovaj hladni stožac ne proteže se do površine te su površinske granule još uvijek svijetle. U ovoj je fazi magnetsko polje još uvijek horizontalno orijentirano, ali se polagano počinje uzdizati. Prva faza prikazana je na slici 6.



Slika 6: Prva faza nastanka Sunčeve pjege. Izvor:[68]

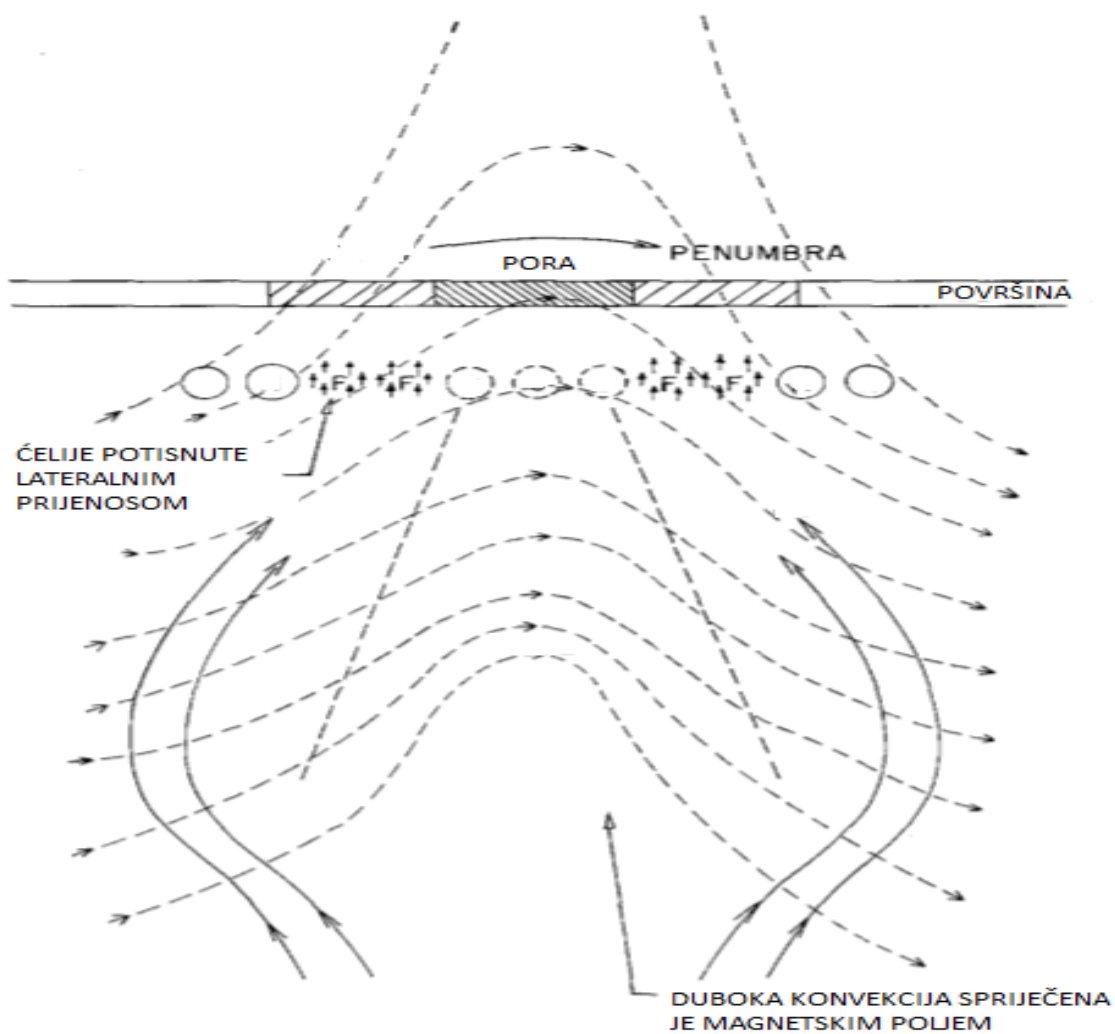
U drugoj fazi nastanka Sunčeve pjege (7), magnetsko polje na površini, iako još uvijek dosta slabije od onog u dubljim slojevima, dovoljno se je povećalo te uzrokuje pojačan tok mehaničke energije ka višim slojevima fotosfere i kromosfere gdje dolazi do njene disipacije. U drugoj fazi su granule na površini Sunca još uvijek vidljive no kako polje postaje sve više i više zakrivljeno dolazi do povećane sile uzgona koja uzdiže hladni stožac te on probija površinsku granulastu strukturu. U tom trenutku dolazi do pojavljivanja pore.



Slika 7: Druga faza nastanka Sunčeve pjege. Izvor: [68]

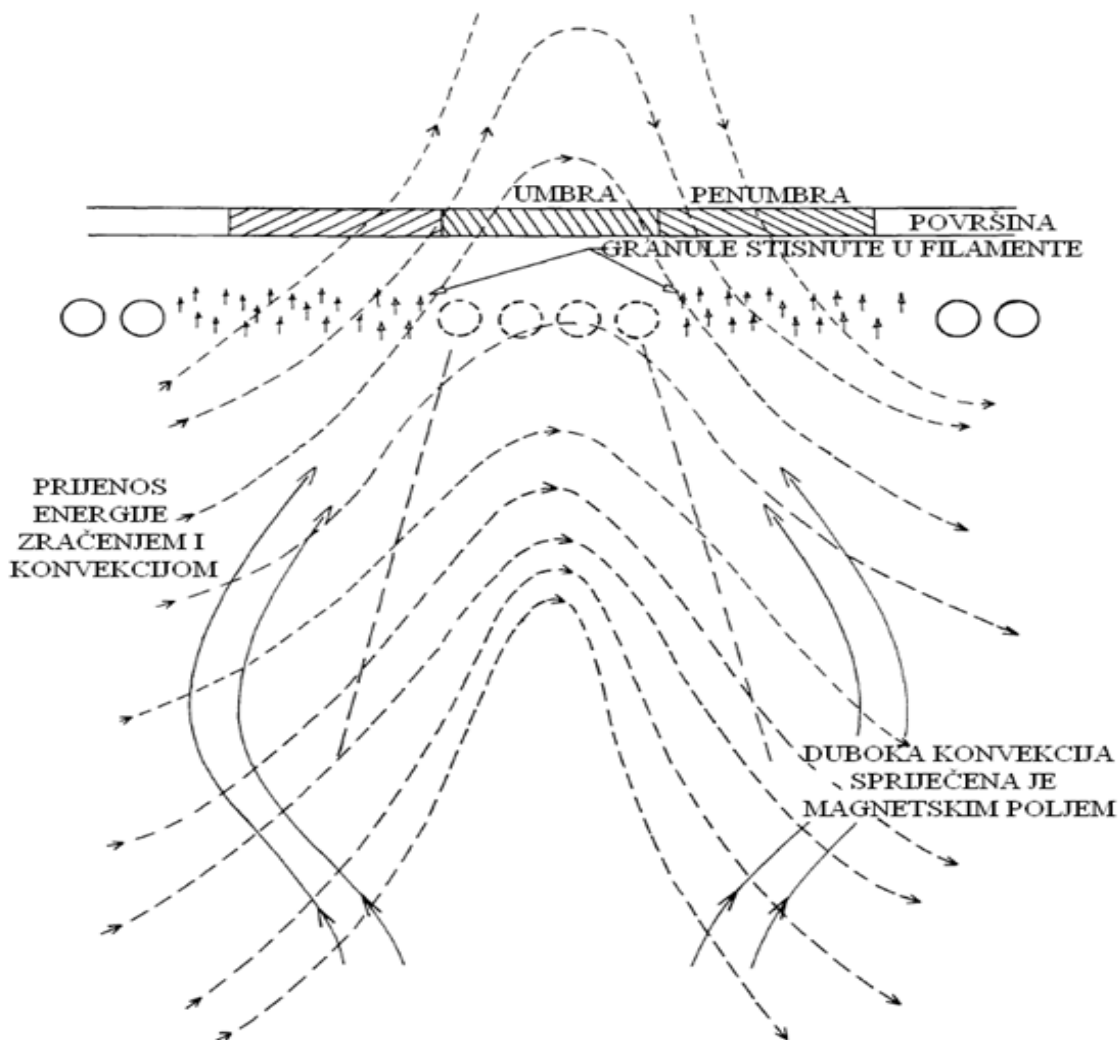
Na slikama su isprekidanim linijama prikazane silnice magnetskog polja. U području izvan pore vidljiva je granulasta struktura jer se tu prijenos energije konvekcijom vrši neometano. Područje stošca u kojem je konvekcija otežana s vremenom povećava svoj otvor prema površini te se samim time i pjege sve više širi (slika 8). Polje koje je "zamrznuto" u plazmi u granulama oko pore jača te ćelije izlaze na površinu većinom lateralnim prijenosom. Ova faza odgovara nastanku vanjske penumbre te je prikazana na slici 8.

Daljnijim jačanjem magnetskog polja dolazi do razbijanja struktura samih ćelija te



Slika 8: Treća faza nastanka Sunčeve pjege. Izvor: [68]

pojave tipične vlaknaste strukture penumbre (slika 9). Ispupčenje (eng. *bulge*) koje je nastalo jačanjem magnetskog polja može se sada proširiti daleko iznad površine Sunca (Slika 9).



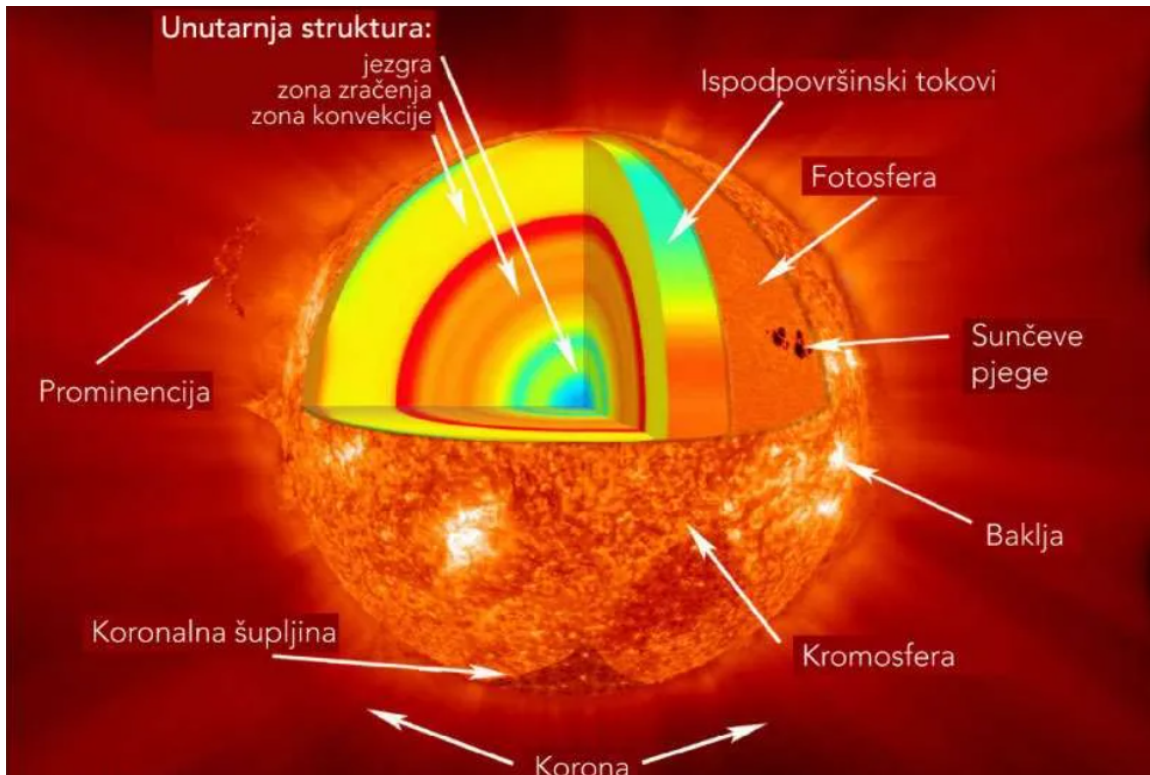
Slika 9: Četvrta faza nastanka Sunčeve pjege. Izvor: [68]

## 2.5 Površinska rotacija i rotacija u unutrašnjosti

### 2.5.1 Struktura Sunca

Kako bismo mogli govoriti o rotaciji površinskih i unutarnjih dijelova Sunca, njihovim sličnostima i razlikama, podsjetimo se kratko same strukture Sunca kao zvijezde (slika 10).

Krenemo li od samog središta Sunca nailazimo na jezgru koja se proteže do 20% - 25 % radijusa Sunca. U jezgri su temperatura ( $\sim 10^7$  K) i tlak dovoljno visoki da se proces nuklearne fuzije može odvijati nesmetano pretvarajući vodik u helij te



Slika 10: Struktura Sunca. Izvor: [27]

oslobađajući energiju. Nadalje između otprilike 25% i 70% Sunčeva radijusa nalazi se područje radijativne zone u kojem se energija, kako i samo ime nalaže, prenosi isključivo radijacijom (energiju prenose fotoni). Granica koja dijeli radijativnu zonu i zonu konvekcije (sljedeća zona u nizu) naziva se tahoklina (eng. *tacholine*). Zona konvekcije proteže se od nekih 70% radijusa sve do vidljive površine Sunca. U ovom je području temperatura dosta niža nego u prethodne dvije zone te je ovo područje dovoljno difuzno da glavnu ulogu u prijenosu energije prema površini sada preuzima konvekcija. Budući da Sunce nije kruto tijelo već se sastoji od plazme i plina na visokoj temperaturi, kao takvo nema točno definiranu površinu već atmosferu Sunca dijelimo na nekoliko slojeva. Najdublji dio Sunčeve atmosfere, vidljiv u elektromagnetskom spektru vidljive svjetlosti, je upravo fotosfera. Za razliku od nje, kromosfera, tranzicijsko područje, korona i heliosfera, vidljive su jedino u slučaju kada je veći dio Sunca prekriven nekim drugim nebeskim tijelom (npr. u slučaju pomrčine Sunca kada se Mjesec nađe između Sunca i Zemlje).



### 2.5.2 Zakon diferencijalne rotacije Sunca

Sunce posjeduje diferencijalnu rotaciju pri čemu različiti dijelovi Sunca rotiraju različitim kutnim brzinama: ekvatorijalna područja imaju veću kutnu brzinu rotacije od polarnih. Uobičajeno se sjeverna i južna polutka tretiraju na način da imaju približno simetričnu kutnu brzinu rotacije. Prvi direktan dokaz o plinovitoj prirodi Sunca te postojanju diferencijalne rotacije u vanjskim slojevima iznio je Carrington 1863. godine [15]. Svoju tvrdnju formulisao je matematički kao:

$$\Omega \sim \sin^{7/4} \Psi \quad (2)$$

U gornjoj relaciji  $\Omega$  označava kutnu brzinu rotacije dok je  $\Psi$  heliografska širina. Rotacija površinskih dijelova Sunca opisana je zakonom diferencijalne rotacije Sunca:

$$\omega(b) = A + B \sin^2 b + C \sin^4 b \quad (3)$$

gdje  $\omega$  označava kutnu brzinu rotacije<sup>5</sup>,  $b$  je oznaka za heliografsku širinu dok su  $A, B$  i  $C$  parametri koji se dobijaju prilagođavanjem krivulje (eng. *fit*) pomoću metode najmanjih kvadrata. Parametar  $A$  određuje ekvatorijalnu brzinu rotacije dok parametar  $B$  (kao negativna vrijednost) označava gradijent diferencijalne rotacije, tj. razliku u rotaciji između ekvatora i polarnih područja. Moglo bi se reći da je on mjera rotacijske neuniformnosti. Uobičajeno parametar  $A$  pokazuje standardnu devijaciju od 0.01 stupanj/dan, dok parametri  $B$  i  $C$  pokazuju standardnu devijaciju od 0.1 stupanj/dan. Važno je još napomenuti da pri korištenju Sunčevih pjega zadnji član u gornjoj relaciji zanemarujemo iz razloga što se Sunčeve pjege ne pojavljuju na heliografskim širinama većim od  $\pm 40^\circ$  [57]. Razlog ovome leži u samoj prirodi magnetskog polja Sunca (transformaciji iz poloidalnog u toroidalno polje) pa na ovim heliografskim širinama treći član daje zanemariv doprinos. U ovom se slučaju jednadžba 3 svodi na:

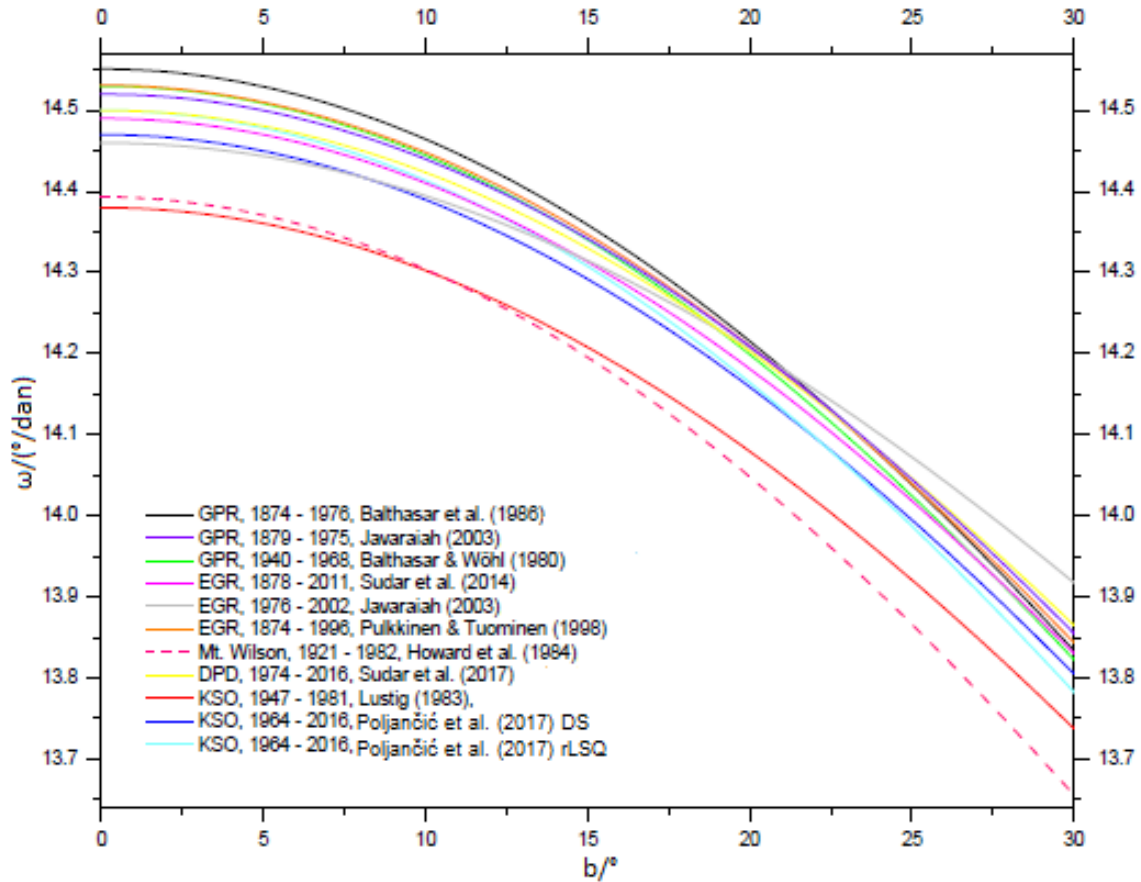
$$\omega(b) = A + B \sin^2 b \quad (4)$$

Ovu jednadžbu ćemo koristiti pri obradi podataka u ovom radu. Za uvid u izgled profila površinske diferencijalne rotacije prikazujemo sliku 11, koja uključuje nekoliko

---

<sup>5</sup>Siderička brzina rotacije koja se razlikuje od sinodičke.

profila diferencijalne rotacije dobivenih s podacima različitih opservatorija.



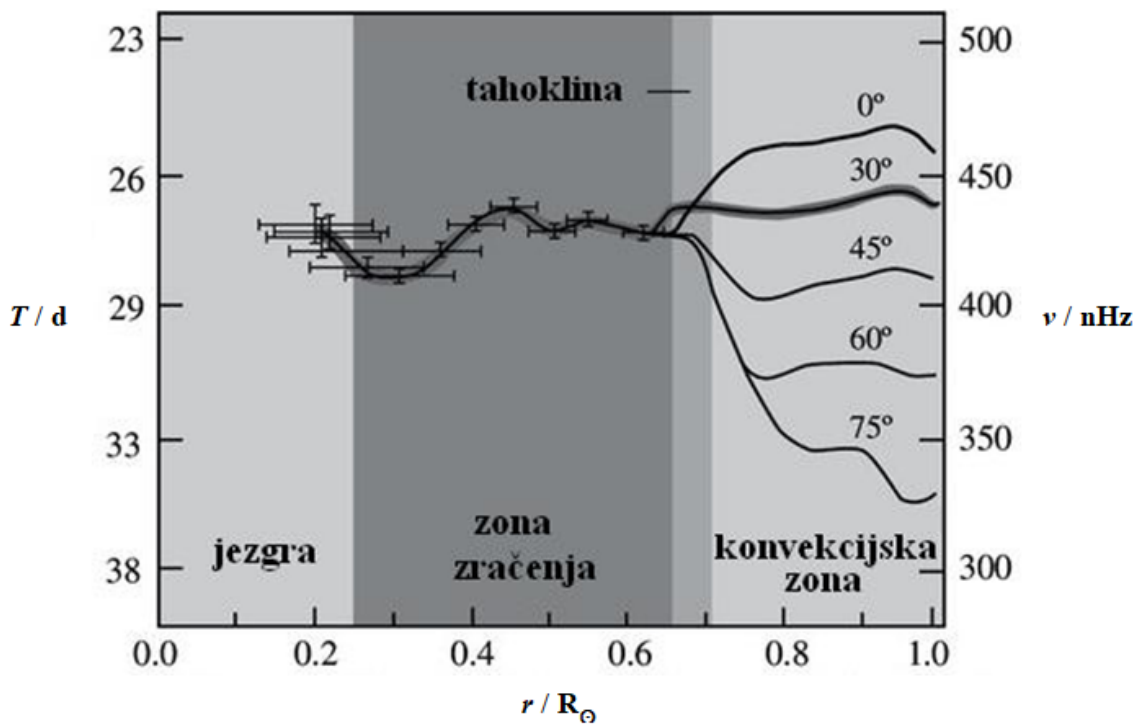
Slika 11: Profili diferencijalne rotacije. Izvor: [6]

### 2.5.3 Rotacija u unutrašnjosti

Smanjenje kutne brzine rotacije od ekvatora ( $b = 0^\circ$ ) prema polovima ( $b = 90^\circ$ ) vidljivo je i unutar konvektivne zone i to sve do tahokline. Ovo je pokazano metodom helioseizmologije ([69] i [52]). Podsjetimo se da je tahoklina naziv za tranzicijsko područje između konvektivne zone i zone radijacije te se nalazi na otprilike  $r \approx 0.7 R_\odot$ <sup>6</sup>. Na slici 12 možemo vidjeti da područja ispod tahokline, zona zračenja i jezgra, rotiraju približno jednakom kutnom brzinom koja odgovara površinskoj brzini rotacije na heliografskoj širini od  $\pm 30^\circ$ . S druge strane konvektivna zona pokazuje diferencijalnu rotaciju koja ima otprilike istu heliografsku ovisnost kao i površinska

<sup>6</sup> $R_\odot$  je oznaka za radijus Sunca.

kutna brzina rotacije. Odstupanja postoje samo u uskom području koje se nalazi između  $r = 0.95R_{\odot}$  i površine. Činjenica da brzina rotacije konvektivne zone ima sličnu ovisnost o heliografskoj širini, kao i brzina rotacije na površini, ide u prilog tvrdnji da je diferencijalna rotacija Sunca rezultat interakcije između konvektivne zone i rotacije. Nadalje promjena kutne brzine rotacije do koje dolazi pri prelasku tahokline usko je povezana s magnetskim poljem Sunca i 22-godišnjim magnetskim ciklusom. Magnetsko polje Sunca generirano je fizikalnim procesom koji nazivamo Sunčevim dinomom, a jedan od modela koji ga dobro opisuje jest Babcock-Leighton model [17].



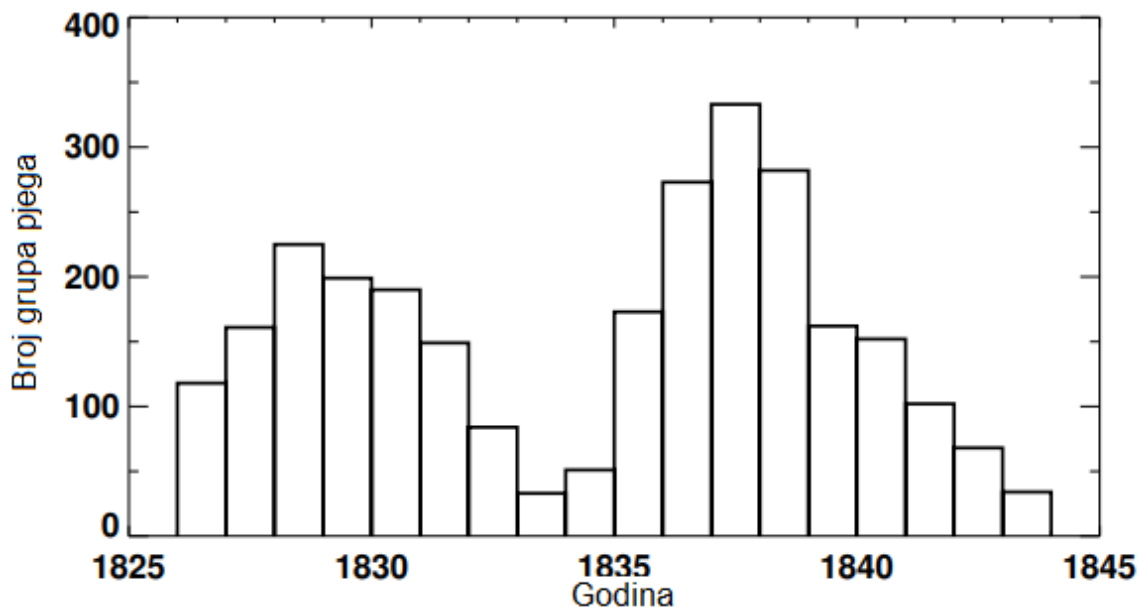
Slika 12: Rotacija u unutrašnjosti. Izvor: [30]

## 2.6 Sunčevi ciklusi aktivnosti

Sunčeva aktivnost se mijenja u periodu od otprilike 11 godina koji nazivamo Sunčevim ili Schwabe-ovim ciklusom. Povećana Sunčeva aktivnost za rezultat ima povećano ultraljubičasto i rendgensko zračenje koje dolazi sa Sunca do Zemlje. Takvo zračenje može imati dramatične učinke na Zemlju u višim slojevima atmosfere budući da zračenje viših frekvencija ne prodire kroz Zemljinu atmosferu. Takve

visokoenergetske čestice mogu utjecati na rad osjetljivih instrumenata poput satelita, na let komercijalnih aviona do kojih rendgensko zračenje nešto nižih frekvencija ipak može doprijeti ili pak na sigurnost samih astronauta u svemiru poput onih koji se nalaze na ISS-u.

Prvi spomen mogućeg periodičnog pojavljivanja Sunčevih pjega nalazimo u dnevniku Christiana Horrebow-a iz 1776. godine. Ipak na otkriće pojavljivanja Sunčevih pjega, a samim time i periodičnosti Sunčeve aktivnosti, trebalo je čekati sve do 1844. kada je Heinrich Schwabe u časopisu *Astronomische Nachrichten* objavio svoja opažanja broja grupa Sunčevih pjega i dana bez pjega u periodu od 18 godina njegovih opažanja. Došao je do zaključka da postoji ciklus Sunčeve aktivnosti u trajanju od otprilike 10 godina [53]. Njegova opažanja broja grupa Sunčevih pjega u periodu od 1826. do 1843. prikazana su na slici 13.



Slika 13: Grupe Sunčevih pjega koje je Schwabe opažao u periodu od 1826. do 1843. što je rezultiralo otkrićem Sunčevog ciklusa. Izvor: [21]

Schwabe-ovo otkriće bilo je poticaj Rudolfu Wolf-u da započne prikupljati podatke svakodnevnih opažanja Sunca te da proširi istraživanje i na prethodne godine. Wolf je u svom istraživanju uočio da je puno lakše promatrati grupe Sunčevih pjega nego pojedinu pjegu zasebno te prvi uvodi numeričku vrijednost Sunčeve aktivnosti koja

se njemu u čast naziva relativni Wolf-ov broj i dana je sljedećim izrazom:

$$R = k(10g + n) \quad (5)$$

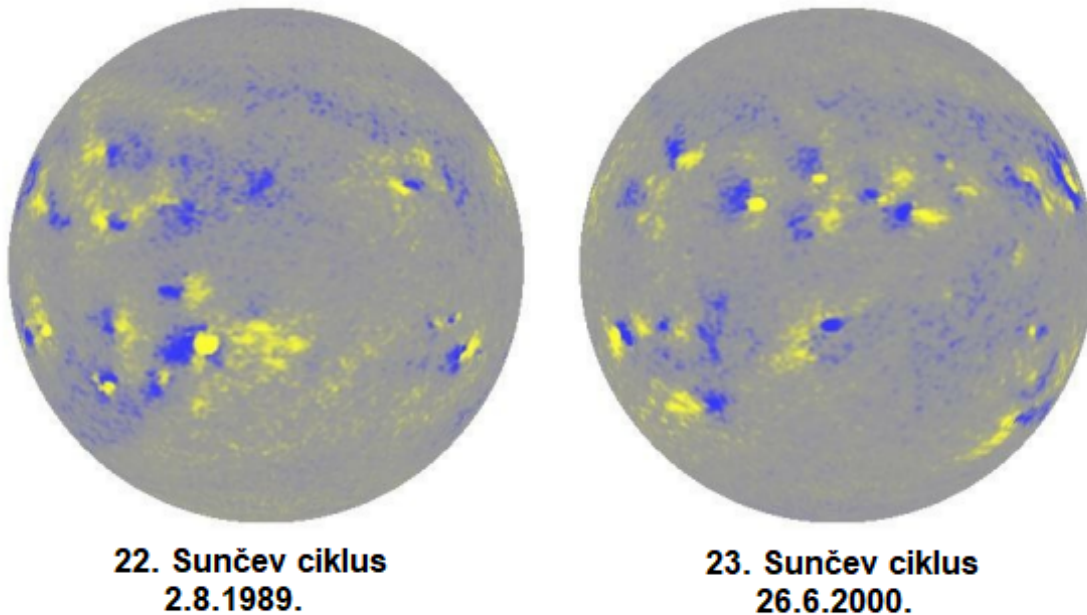
gdje je  $k$  faktor koji ovisi o instrumentu i samoj lokaciji promatranja (faktor korekcije opažača),  $g$  označava broj grupa Sunčevih pjega dok je  $n$  broj individualnih pjega tj. ukupan broj pjega.

Fizičke karakteristike Sunčevih pjega prezentirane su od strane G. E. Hale-a i suradnika 1908. godine. Pokazali su da Sunčevim pjegama dominiraju jaka magnetska polja što je ujedno bilo i prvo opažanje magnetskih polja izvan Zemlje. Magnetska priroda Sunčevog ciklusa postala je očita onog trenutka kad su opažanja magnetskih polja na Suncu obuhvatila period dulji od jednog ciklusa [20]. To je ono što danas nazivamo Hale-ovim zakonom polarizacije (od eng. *Hale's polarity law*):

1. Vodilica i pratilica, koje sačinjavaju bipolarnu grupu, suprotnog su polariteta ako se nalaze na istoj hemisferi.
2. Odgovarajuće pjege grupa pjega na različitim hemisferama (npr. vodilice i pratilice) suprotnog su polariteta na sjevernoj i južnoj hemisferi.
3. Polaritet bipolarne grupe mijenja se u sljedećem Schwabe-ovom ciklusu.

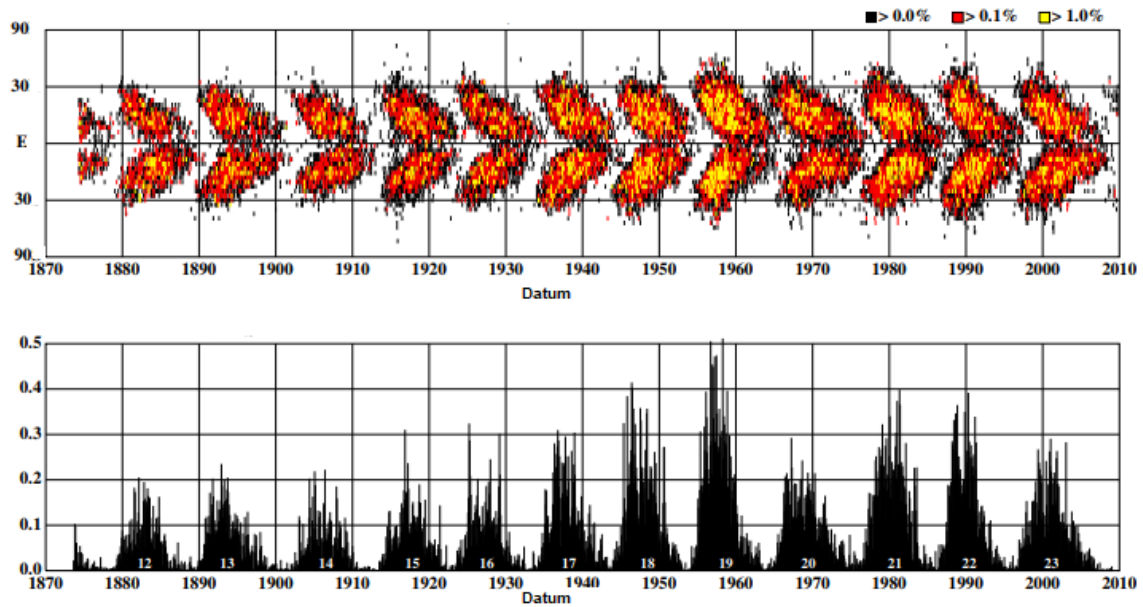
Ovaj zakon ilustriran je na slici 14. Tijekom 22. Sunčevog ciklusa vodilice na južnoj hemisferi su pozitivnog polariteta (žuto), dok tijekom 23. Sunčevog ciklusa na istoj hemisferi postaju negativnog polariteta (plavo). Kod pratilica na južnoj hemisferi situacija je obrnuta u odnosu na vodilice na toj hemisferi. Također, kada su vodilice na južnoj hemisferi pozitivnog polariteta, vodilice na sjevernoj hemisferi su negativnog polariteta.

Hale-ova su opažanja dodatno pokazala da cjeloukupan Sunčev magnetski ciklus ustvari obuhvaća dva Schwabe-ova ciklusa tj. 22 godine prije nego se magnetsko polje Sunca vrati u izvorno stanje polariteta.



Slika 14: Hale-ov zakon polarizacije. Na lijevoj je strani prikazan magnetogram 22. Sunčevog ciklusa gdje žuta područja označavaju pozitivni polaritet, a plava negativni polaritet. Odgovarajući dijagram sljedećeg 23. Sunčevog ciklusa prikazan je na slici desno. Izvor: [21]

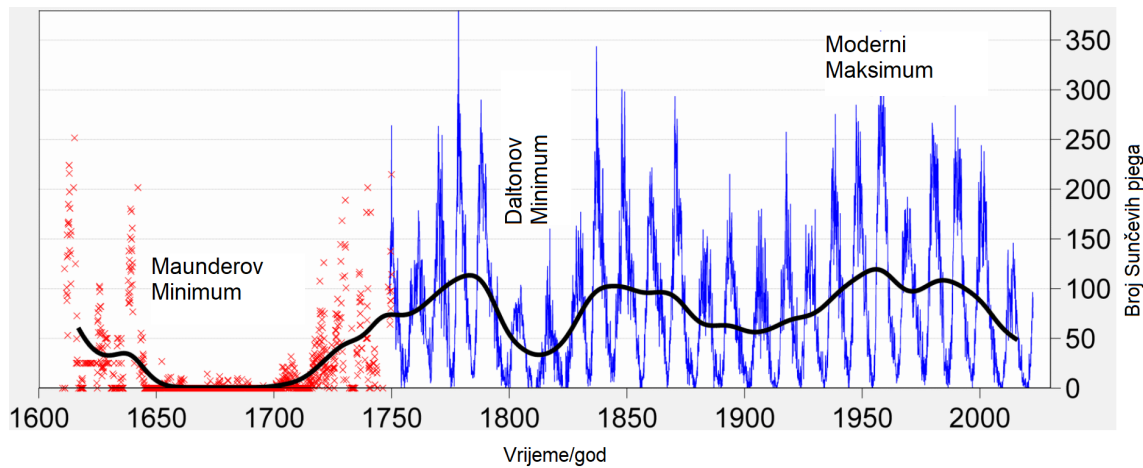
O pojasu u kojem se pojavljuju Sunčeve pjege govorili smo prilikom definicije Sunčeve diferencijalne rotacije (jednadžba 3, odnosno 4). Sunčeve se pjege ne pojavljuju na heliografskim širinama većim od  $\pm 40^\circ$ . Razmještaj Sunčevih pjega pokazuje da se one pojavljuju u dva pojasa sjeverno i južno od Sunčeva ekvatora kao što je prikazano na slici 15. Iz priloženog se dijagrama može vidjeti da je heliografska širina pjega funkcija vremena tj. da je  $b = b(t)$ . Ovaj je dijagram jako poznat u fizici Sunca te se još naziva "leptir dijagram" (od eng. *Butterfly Diagram*), a prvi ga je predstavio Maunder 1904. Prikazuje ovisnost položaja grupa Sunčevih pjega, tj. heliografske širine  $b$  o vremenu  $t$ . U početku ciklusa pjege se pojavljuju na većim heliografskim širinama (preciznije većim od  $\pm(20^\circ - 25^\circ)$  na obje hemisfere). Kako ciklus napreduje prema maksimumu aktivnosti raspon "pokrivenih" heliografskih širina se povećava, kao i površina pjega na određenim širinama sukladno njihovom povećanom broju. U maksimumu se pjege najčešće pojavljuju na širinama od otprilike  $\pm 15^\circ$ . Napomenimo još da postoji i zona tik uz ekvator gdje nema pojavljivanja pjega zbog same prirode magnetskog polja.



Slika 15: Na gornjoj slici je prikazan Maunder-ov leptir dijagram gdje je bojom predstavljena brojnost pjega u pojedinom dijelu ciklusa. Na donjoj slici je prikazana ovisnost prosječne dnevne površine pjega o vremenu. Izvor: [21]

Spomenimo još na ovom mjestu da sistematske varijacije od ciklusa do ciklusa te kroz više ciklusa (dugi niz godina) mogu biti važni pokazatelji modeliranja budućih ciklusa i njihovih ponašanja. Do sada je zamijećeno nekoliko takvih uzoraka koji su nam interesantni (Gleissbergov ciklus ( $\sim 90$  godina), Suess-ov ciklus ( $\sim 205$  godina)...) te bi mogli biti od važnosti jednom kada budemo imali dovoljnu količinu podataka iz samih promatranja te samim time i dobru statistiku na temelju koje bi mogli donijeti neke zaključke.

Maunder-ov minimum (slika 16) bio je period iznimno niske aktivnosti Sunca u trajanju od 70 godina (1645.-1715.). Ponekad se Maunder-ov minimum navodi kao razlog niskih temperatura koje su mjerene u istom razdoblju te su bile dosta niže od dotadašnjeg prosjeka. No to je još uvijek samo nagađanje i predmet znanstvenog istraživanja.



Slika 16: Maunder-ov minimum. Izvor: [28]

Dodatne informacije o ovim ciklusima i njihovim fizičkim svojstvima mogu se pronaći u radovima poput [21] i [62].



## 3 Teorija vs. rezultati

### 3.1 Što nam nalaže teorija?

Još od otkrića diferencijalne rotacije Sunca [15]) pa do pojave teorije helioseizmologije predstavljeni su različiti koncepti teorije diferencijalne rotacije. Kao što smo u dijelu o metodama određivanja Sunčeve rotacije već napomenuli, helioseizmologija je uvelike doprinijela otkrivanju unutrašnje strukture Sunca i pripadne diferencijalne rotacije te nam je dodatno omogućila provjeru da li numerički modeli bazirani na teoriji predviđaju Sunčevu diferencijalnu rotaciju koja je u skladu s opažanjima.

Istraživanja su pokazala [59] da se postojeći koncepti dobro slažu s opaženim rotacijskim i dinamo efektima te da je skoro svaki od tih koncepta usko povezan s prijenosom kutne količine gibanja unutar Sunca. Prema tome, prijenos angularnog momenta zaista je odgovor na pitanje porijekla diferencijalne rotacije Sunca [57].

Poznato nam je da je Sunce prilikom dolaska na glavni niz, odnosno prilikom pokretanja termonuklearnih reakcija rotiralo puno većom kutnom brzinom nego je to slučaj u današnje vrijeme. Trenutno je Sunce zvijezda glavnog niza, tipa G2, te je na otprilike pola puta svog životnog vijeka od  $10^9$  godina.

Razlog postepenog usporavanja Sunčeve rotacije [51]), tj. smanjivanja kutne količine gibanja leži u efektu koji se naziva magnetsko kočenje (od eng. *magnetic braking*). Magnetskim kočenje Sunce gubi dio svog materijala, na način da magnetsko polje, odnosno magnetske silnice povlače za sobom materijal, odnosno plazmu. Materijal potom biva Sunčevim vjetrom odnesen na velike udaljenosti od Sunca te Sunce gubi dio mase. Smanjenjem mase smanjuje se i kutna količina gibanja. Kako se ukupan angularni moment Sunca smanjuje istovremeno dolazi i do opadanja kutne brzine rotacije.

#### 3.1.1 Jednadžba transporta angularnog momenta

Konvektivna turbulentna gibanja plazme moraju prenositi angularni moment kako bi došlo do pojave diferencijalne rotacije. Jednadžba transporta angularnog momenta može se dobiti iz jednadžbe gibanja kao što je to pokazano npr. u referencama [56]

i [57]. Jedan od njezinih oblika donosimo i ovdje zbog kvalitativnog razmatranja:

$$\rho r^2 \sin^2 \theta \frac{\partial \Omega}{\partial t} + \nabla \cdot \left( \rho r^2 \sin^2 \theta \Omega v_m + \rho r \sin \theta \langle u_\phi \mathbf{u} \rangle - \frac{\mathbf{r} \sin \theta}{4\pi} (\langle \mathbf{B} \rangle \langle \mathbf{B}_\phi \rangle + \langle \mathbf{B}' \mathbf{B}'_\phi \rangle) \right) = 0 \quad (6)$$

U gornjoj relaciji  $\rho$  predstavlja gustoću mase,  $\Omega$  kutnu brzinu rotacije,  $\mathbf{u}$  je vektor brzine rotacije konvektivne zone dan putem sfernih koordinata kao  $\mathbf{u} = (\mathbf{u}_r, \mathbf{u}_\theta, \mathbf{u}_\phi)$  dok je magnetsko postolje sastavljeno od srednje i fluktuirajuće vrijednosti kao  $\mathbf{B} = \langle \mathbf{B} \rangle + \mathbf{B}'$ .

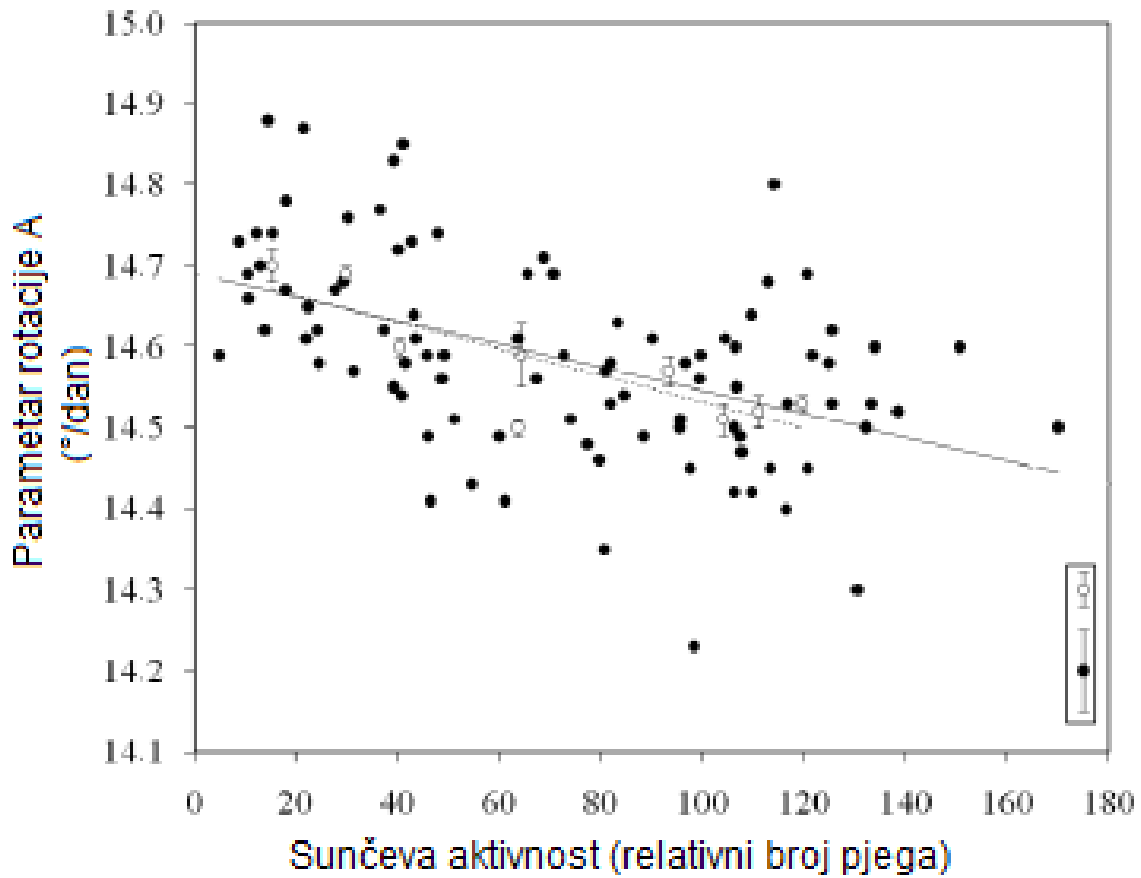
Izvod i porijeklo ove jednadžbe nisu presudni dio ovog rada stoga više o izvodu i članovima ove jednadžbe te raznim teorijskim modelima diferencijalne rotacije zainteresirani čitatelj može pronaći u radovima poput [56], [57], [49], [14] te [44].

### 3.2 Što je do sada napravljeno i slažu li se rezultati s teorijom?

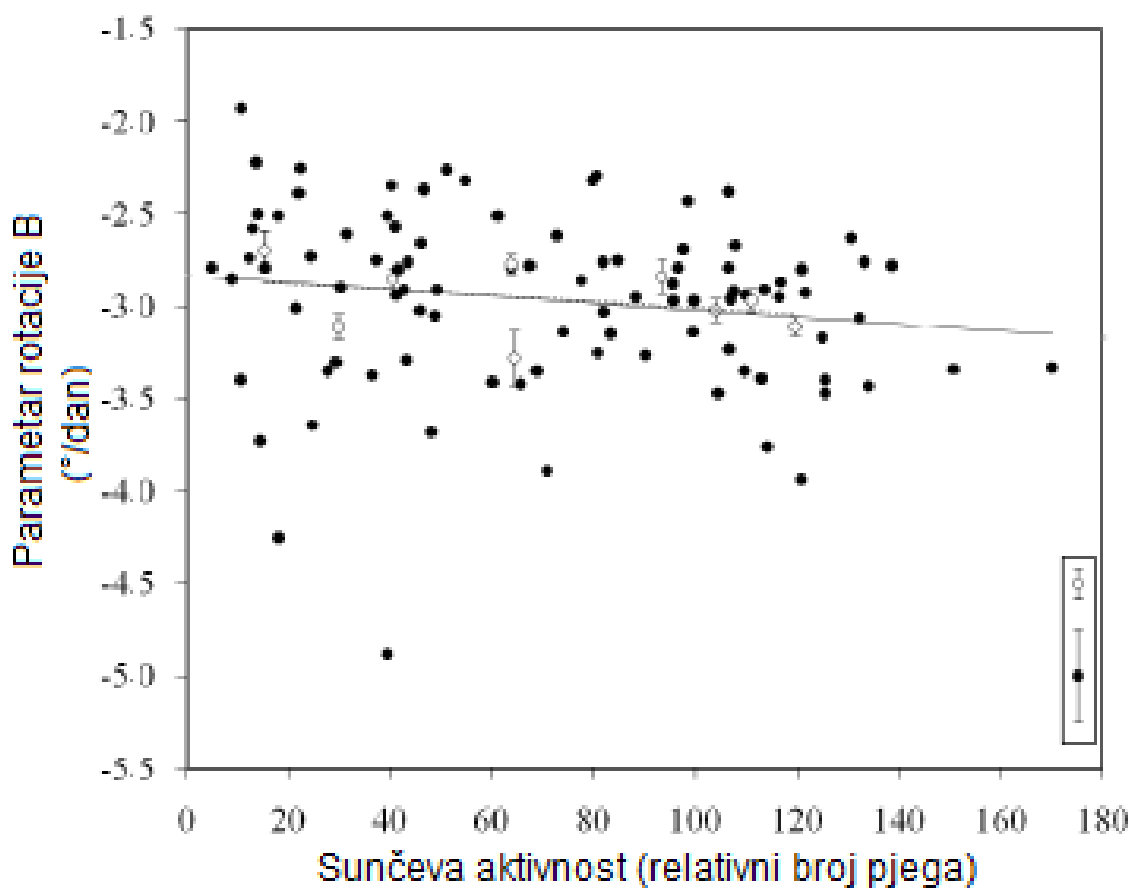
U ovom ću odlomku predstaviti neke od rezultata dosadašnjih istraživanja kako bi mogli utvrditi slažu li se isti s teoretskim predviđanjima ili ne. Podsjetimo se da smo u uvodnom dijelu napomenuli kako teorija previđa da je ukupan prijenos kutne količine gibanja prema ekvatoru efikasniji za vrijeme slabije magnetske aktivnosti Sunca, tj. tijekom minimuma Sunčeve aktivnosti. To rezultira povećanom kutnom brzinom na ekvatoru, odnosno većom vrijednošću parametra diferencijalne rotacije  $A$  te većom rotacijskom neuniformnosti (većom apsolutnom vrijednošću parametra diferencijalne rotacije  $B$ ). U periodima pojačane magnetske aktivnosti, tj. tijekom maksimuma Sunčeve aktivnosti, teorija predviđa obrnutu situaciju: smanjenu ekvatorsku kutnu brzinu, odnosno manju vrijednost parametra  $A$  te manju rotacijsku neuniformnost, odnosno veću apsolutnu vrijednost parametra  $B$ . Pokazuju li eksperimentalni rezultati isto ponašanje i jesu li u skladu s teorijskim predviđanjima, provjerit ćemo analizom dvaju eksperimentalno orijentiranih članaka.

Prvi članak pod nazivom *A Relationship Between the Solar Rotation and Activity in the Period 1998-2006 Analysed by Tracing Small Bright Coronal Structures in SOHO-EIT images* [34] pokušava pronaći vezu između diferencijalne rotacije malih svijetlih koroninih struktura (eng. *small bright coronal structures*), koja je opisana parametrima diferencijalne rotacije  $A$  i  $B$  i Sunčeve aktivnosti

predstavljene relativnim Wolfovim brojem.



Slika 17: Parametar diferencijalne rotacije  $A$  kao funkcija relativnog Wolfovog broja; mjesečnim vrijednostima odgovaraju crni kružići i puna linija, a godišnjim vrijednostima bijeli kružići i isprekidana linija. Tipične greške dane su u desnom donjem dijelu slike. Izvor: [34]

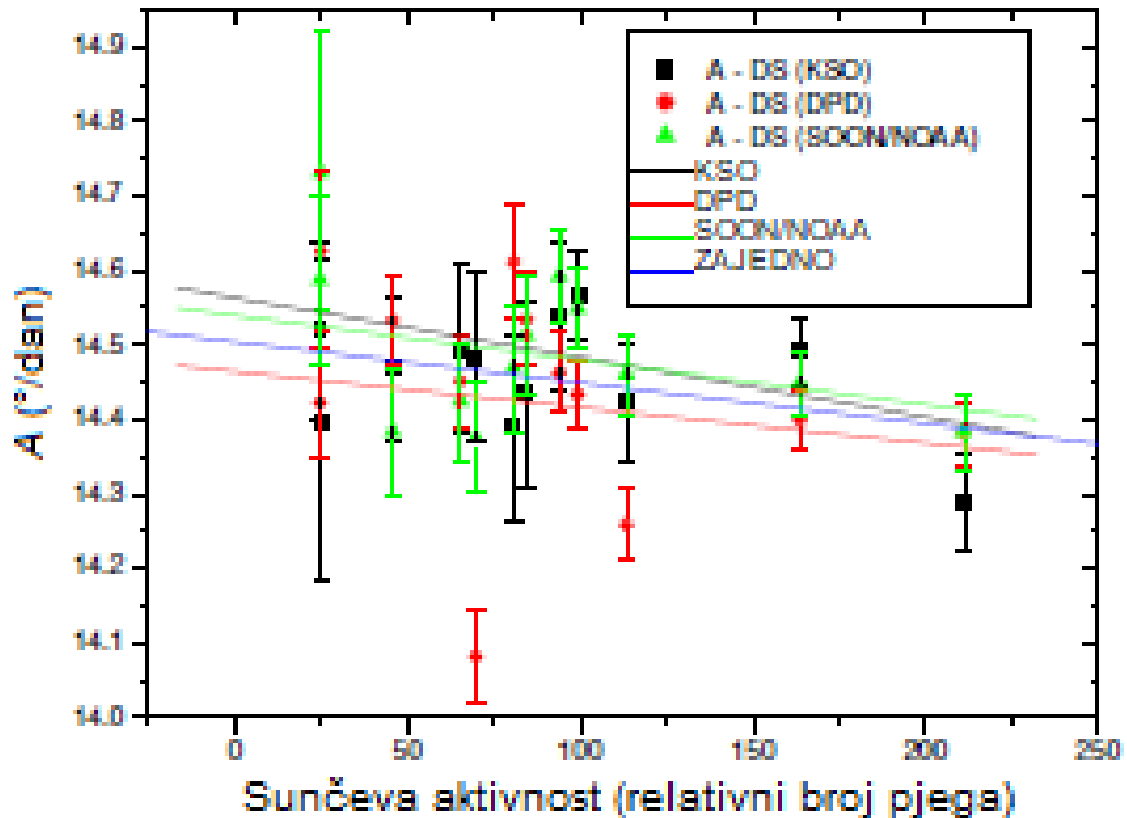


Slika 18: Parametar diferencijalne rotacije  $B$  kao funkcija relativnog Wolfvog broja; mjesečnim vrijednostima odgovaraju crni kružići i puna linija, a godišnjim vrijednostima bijeli kružići i isprekidana linija.. Tipične greške dane su u desnom donjem dijelu slike. Izvor: [34]

Kao što se može vidjeti na slici 17 rezultati dobiveni u [34] za parametar diferencijalne rotacije  $A$  u skladu su s teoretskim predviđanjima. Možemo uočiti padajuće pravce i za godišnje i za mjesečne vrijednosti, što označava pad vrijednosti parametra  $A$  s povećanjem Sunčeve aktivnosti.

S druge strane, kada pogledamo rezultate za parametar diferencijalne rotacije  $B$ , koji su prikazani na slici 18, uočavamo padajuće pravce i za godišnje i za mjesečne vrijednosti, što zapravo znači da je apsolutna vrijednost gradijenta diferencijalne rotacije, odnosno parametra  $B$ , manja tijekom veće Sunčeve aktivnosti. Ovo je u suprotnosti s teorijskim predviđanjima.

U drugom članku pod nazivom *Variation of the Solar Differential Rotation and Activity in the Period 1964-2016 Determined by the Kanzelhöhe data set* [8] autori su nastojali obradom podataka dobivenih s opservatorija Kanzelhöhe dobiti bolji uvid u dosadašnja neslaganja teorije i opažanja. Rezultati koje su dobili prikazani su na slikama 19 i 20<sup>7 8</sup>.



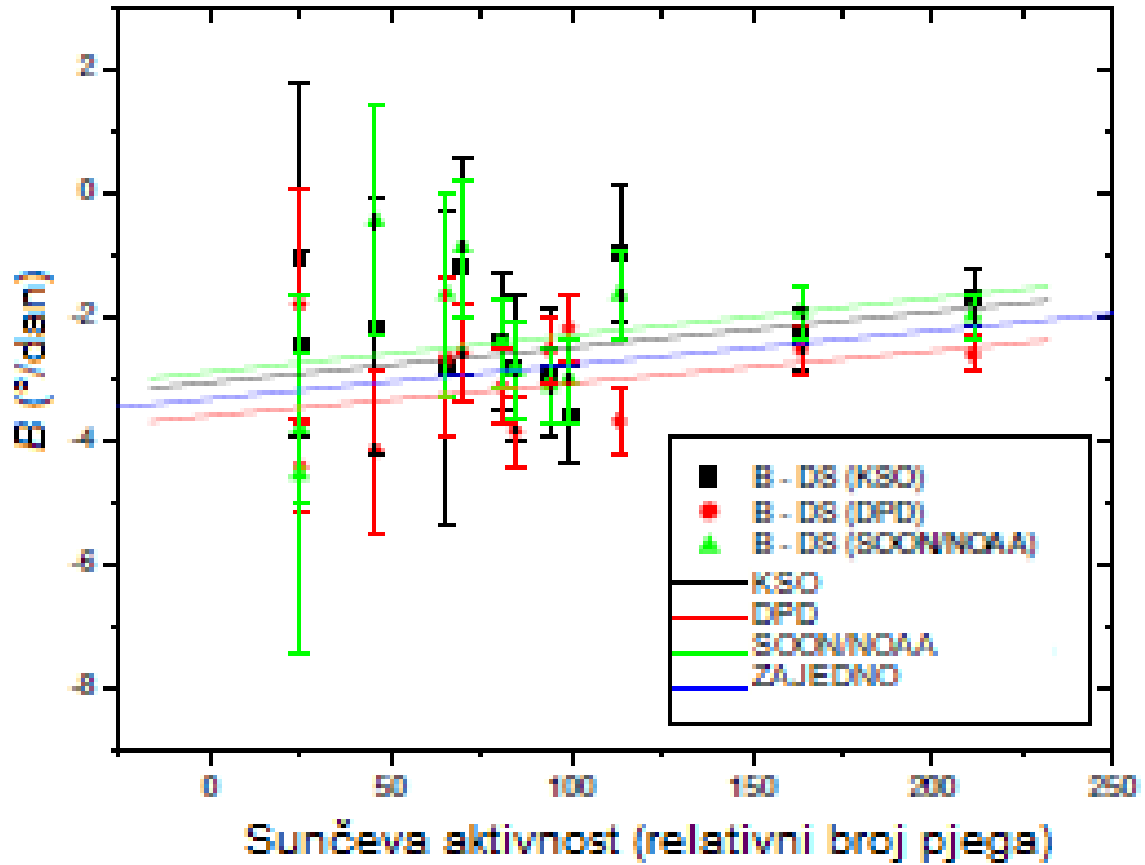
Slika 19: Godišnje vrijednosti parametra  $A$  u ovisnosti o Sunčevoj aktivnosti za 3 seta podataka: KSO, DPD i SOON/NOAA u periodu 1964-2016. Izvor: [8]

Iz ovih se rezultata daje zaključiti da sva tri seta podataka, kako skupa tako i pojedinačno, pokazuju ovisnost o Sunčevoj aktivnosti za oba parametra diferencijalne rotacije ( $A$  i  $B$ ) kakvu predviđa teorija ([13], [35], [36], [63]). Da budemo precizniji, smanjenje ekvatorijalne rotacije i gradijenta diferencijalne rotacije potvrđeno je za

<sup>7</sup>Ove dvije slike bile su prisutne u prvotnoj verziji predanoj za publikaciju časopisu *Astronomy & Astrophysics* ali ipak na kraju nisu uvrštene u sam rad.

<sup>8</sup>KSO i DPD setovi podataka su već bili definirani u radu. Ovdje se pojavljuju još dva seta podataka: SOON (*Solar Optical Observing Network*) i NOAA (*National Oceanic and Atmospheric Administration*).

specifične godine poslije 1980-ih (tablica 2) u prisustvu jakih magnetskih polja, tj. za vrijeme maksimuma magnetske aktivnosti. Ono što je važno napomenuti, tijekom izrade slika 19 i 20 odabrane su samo popisane godine iz razloga što je za njih u referenci [46] navedeno da su mjerenja najveće kvalitete.



Slika 20: Godišnje vrijednosti parametra B u ovisnosti o Sunčevoj aktivnosti za 3 seta podataka: KSO, DPD i SOON/NOAA u periodu 1964-2016. Izvor: [8]

Set podataka	Uključene godine	Nagib $A$
KSO	1989, 2002-2006, 2010-2015	$-0.0008 \pm 0.0004$
DPD	1989, 2002-2006, 2010-2015	$-0.0005 \pm 0.0007$
SOON/NOAA	1989, 2002-2006, 2010-2015	$-0.0006 \pm 0.0004$
Zajedno	1989, 2002-2006, 2010-2015	$-0.0005 \pm 0.0003$
Set podataka	Uključene godine	Nagib $B$
KSO	1989, 2002-2006, 2010-2015	$0.006 \pm 0.003$
DPD	1989, 2002-2006, 2010-2015	$0.005 \pm 0.003$
SOON/NOAA	1989, 2002-2006, 2010-2015	$0.006 \pm 0.007$
Zajedno	1989, 2002-2006, 2010-2015	$0.006 \pm 0.002$

Tablica 2: Koeficijenti smjera pravaca i pripadne pogreške

Postoji još mnoštvo rezultata prethodnih opažanja/istraživanja o ovisnosti rotacije i aktivnosti Sunca ( [40], [18], [4], [19], [71], [10], [38], [2]) no neizbježna je činjenica da rezultati nisu konzistentni, pogotovo za gradijent diferencijalne rotacije  $B$  ili u slučaju kada se ne promatra više ciklusa zajedno. Dakle, logično je za zaključiti da se u pozadini problema krije nešto što do sada nije primijećeno te da su neupitno potrebna daljnja istraživanja kako bi se dobila bolja statistika i riješilo ovo pitanje neslaganja teorije i opažanje.

## 4 Metode mjerenja i obrada podataka

U ovom će dijelu rada biti riječi o metodama korištenim za obrađivanje samih podataka dobivenih opažanjima teleskopom na opservatoriju Kanzelhöhe, kao i o samoj obradi te redukciji podataka.

### 4.1 Opservatorij Kanzelhöhe

*Kanzelhöhe Observatory for Solar and Environmental research* (KSO) nalazi se u Gerlitzenu u Austriji u blizini grada Villacha. Opservatorij je pod upravom Instituta za fiziku Karl-Franzens sveučilišta u Grazu. Opservatorij KSO vrši dnevna multispektralna opažanja Sunca koristeći nekoliko različitih teleskopa [46]. U mjerenjima se u svrhu određivanja heliografskih koordinata koriste digitalizirani crteži Sunčeve fotosfere (interaktivna metoda). S druge strane CCD slike <sup>9</sup> Sunčevog diska koriste se u automatskoj metodi obrade podataka koja je korištena i u ovom radu.

CCD slike Sunčevog diska dobivaju se refraktorom promjera objektiva  $d = 130\text{mm}$  i žarišne duljine  $f = 1950\text{mm}$  koristeći filter od  $546\text{nm}$  sa *band pass*-om širine  $10\text{nm}$ . U periodu od 1989. - 2007. te su slike snimane na fotografski film, obično 3 takve slike dnevno. Sve do nedavno ove su slike bile dostupne samo na transparentnim filmovima. Međutim, budući da se proces skeniranja nastavio sada su dostupne online za godine poslije 1992. Filmovi su skenirani foto skenerom za transparentni filmski materijal te su podaci pohranjeni u obliku *fits* i *jpeg* datoteka [45]. Dodatne informacije i opažački materijali sa KSO opservatorija mogu se pronaći na mrežnoj stranici KSO-a.

### 4.2 Određivanje heliografskih koordinata

Kod određivanja heliografskih koordinata Sunčevih pjega i grupa Sunčevih pjega moguće je koristiti dvije metode: interaktivnu i automatsku metodu.

Kod interaktivne metode koriste se digitalizirani crteži Sunčevih pjega s nekog odabranog opservatorija te se položaji Sunčevih pjega i grupa Sunčevih pjega određuju ručno ("klikanjem") nakon učitavanja crteža u odgovarajući programski paket. Kao primjer navodimo korištenje digitaliziranih crteža Sunčevog diska sa KSO opservatorija i određivanje položaja grupa Sunčevih pjega u programu

---

<sup>9</sup>CCD (*Charged-coupled device*) je vrsta senzora koja se koristi u digitalnom slikanju.



*Sungrabber* [24]. Položaji Sunčevih pjega kod ove se metode određuju težinski tj. promatra se grupa pjega kao 2D struktura i pronalazi se njeno težište. Za razliku od automatske metode ova je metoda vremenski zahtjevnija jer podrazumijeva ručno učitavanje pojedinačnih crteža i fizičko određivanje položaja procjenjivanjem položaja težišta.

Za razliku od potonje automatska metoda koja je korištena u ovom radu zasnovana je na algoritmu po kojem se grupe Sunčevih pjega i njihova svojstva (umbra, penumbra, veličina i položaj) određuju morfološkim procesuiranjem CCD slika sa KSO-a [16]. Opažački podatci pripremaju se svakodnevno na KSO-u te su dostupni putem KSO ftp servera u *fits* i *dat* formi. Uobičajena je pretpostavka da slike veće kvalitete pokazuju više detalja pa se odabiru slike i podatkovne datoteke koje posjeduju najviše informacija za pojedini opažački dan. Težište grupa Sunčevih pjega u pojedinim datotekama reprezentirano je putem piksel koordinata. Pritom se samo pikseli umbre koriste za izračunavanje položaja težišta.

#### 4.2.1 Redukcija podataka pri određivanju koordinata

Kod određivanja položaja Sunčevih pjega, tj. pripadnih heliografskih koordinata, postoji jedan važan filter pomoću kojeg se vrši redukcija opažačkih podataka. Označava udaljenost položaja grupe Sunčevih pjega od centralnog meridijana, tzv. *central meridian distance* filter (CMD filter)<sup>10</sup>. Ovim se filtriranjem od ukupnog broja izmjerenih položaja Sunčevih pjega odbacuju sve one čija vrijednost CMD-a prelazi  $\pm 58^\circ$ . Ovo se radi iz razloga što u blizini ruba Sunčevog diska dolazi do deformacije oblika Sunčevih pjega što vodi do nepreciznosti u mjerenjima.

### 4.3 Određivanje rotacijskih brzina

Pri određivanju sinodičkih brzina rotacije mogu se koristiti dvije različite metode:

1. Metoda dnevnog pomaka (*Daily shift* (DS) metoda)
2. Robustna metoda najmanjih kvadrata (*robust linear least-squares fit* (rLSQ) metoda)

Pri korištenju DS metode sinodičke rotacijske brzine Sunčevih pjega računaju se kao razlika udaljenosti Sunčeve pjege od centralnog meridijana i proteklog vremena

---

<sup>10</sup>CMD (*Central meridian distance*) predstavlja udaljenost od centralnog meridijana.

$t$  putem jednostavne formule:

$$\omega_{syn} = \frac{\Delta CMD}{\Delta t} \quad (7)$$

S druge strane, brzine koje se računaju putem rLSQ metode, određuju se iz grafa koji prikazuje ovisnost CMD-a o vremenu za svako pojedino ustrojstvo, tj. grupu Sunčevih pjega. Koeficijent smjera pravca pripadne funkcije  $CMD(t)$  koji je dobiven metodom najmanjih kvadrata daje vrijednost sinodičke rotacijske brzine. Kod ove metode, metode najmanjih kvadrata, primijenjeno je robustno prilagođavanje krivulje, koje prilikom određivanja najpovoljnije krivulje u obzir uzima standardne pogreške pojedinačnih mjerenja te time eliminira *outlier-e*<sup>11</sup>. Oni se mogu pojaviti zbog pogrešnog identificiranja promatranog ustrojstva, pogrešnog određivanja položaja ili nekog drugog razloga. Pri primjeni rLSQ metode potrebne su barem 3 točke da bi se odredila sinodička brzina rotacije za pojedinu grupu pjega.

Sinodičke brzine rotacije potrebno je transformirati u sideričke, a postupak pretvaranja detaljno je opisan u radovima [48] i [12]. Postupak transformacije detaljnije je opisan i razrađen u radu [54]. Na kraju je svakoj heliografskoj koordinati pridružena odgovarajuća siderička brzina. Parametri diferencijalne rotacije  $A$  i  $B$  određeni su metodom najmanjih kvadrata koristeći jednadžbu 4.

### 4.3.1 Redukcija podataka pri određivanju rotacijskih brzina

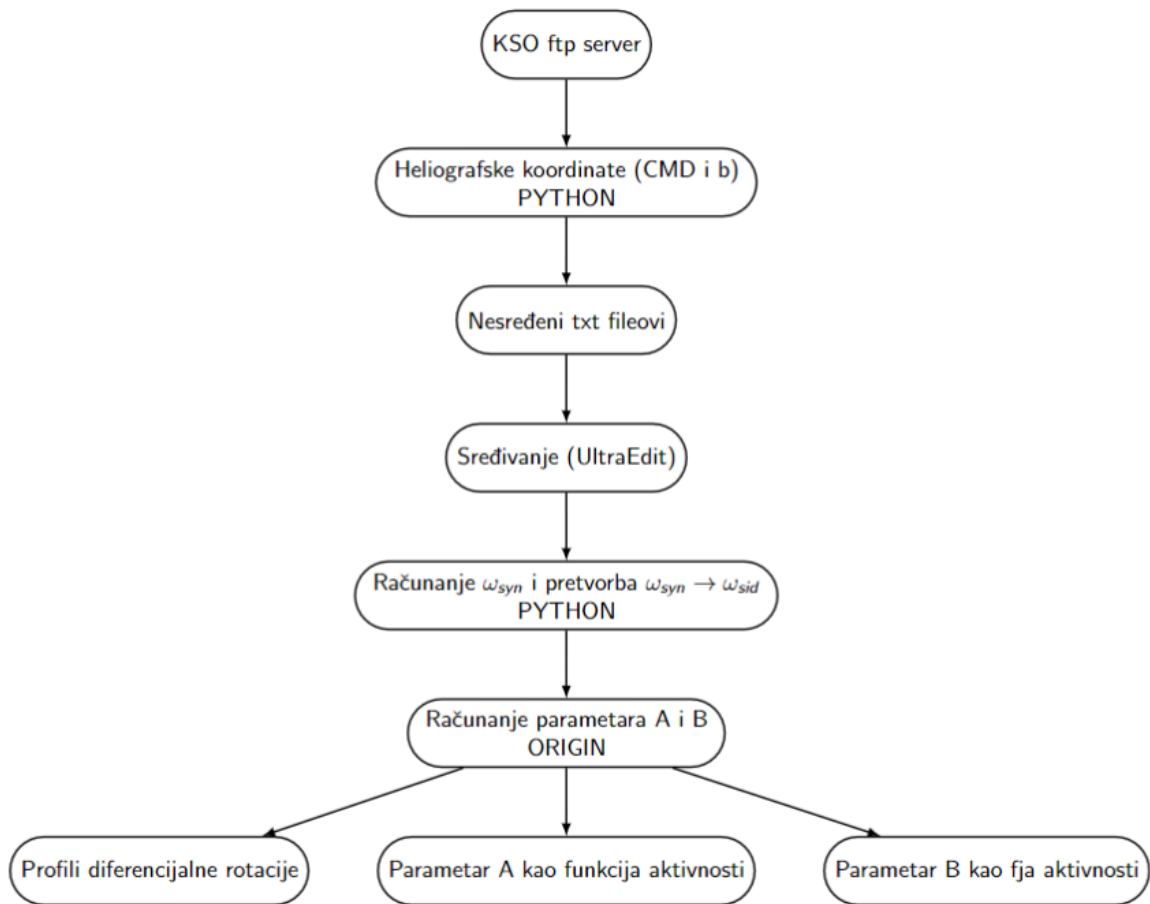
Prethodno spomenuti *outlier-i*, koji su rezultat pogrešne identifikacije ili drugih uzroka pri procesuiranju slika Sunčevog diska mogu se filtrirati na način da se izbace sva mjerenja koja ne ulaze u pojas sideričkih brzina između 8 – 19 stupnjeva/dan ([12], [65], [58]). Taj filter korišten je i u ovom radu kako bi se eliminiralo sistematske greške koje mogu utjecati na mjerenja te u konačnici i na krajnji rezultat.

## 4.4 Shematski prikaz postupka obrade podataka

Na slici 21 prikazan je shematski prikaz postupka obrade podataka mjerenja u ovom radu. Time čitatelj dobiva vizualnu predodžbu o tome kako su podaci bili prikupljeni, procesuirani te obrađivani. U nastavku je opisan cijeli postupak.

---

<sup>11</sup> *Outlier-i* u statistici predstavljaju podatke koji značajno odstupaju od ostalih opažanja. Uvelike mogu utjecati na krajnji rezultat pa se ponekad isključuju iz opažanja.



Slika 21: Shematski prikaz postupka obrade podataka mjerenja

Pri obradi podataka korištena je automatska metoda koja putem algoritma morfološki procesuirala slike u bijeloj svjetlosti s opservatorija KSO. Prvi korak u procesu bilo je prikupljanje podataka sa KSO ftp servera koji su svakodnevno dostupni na samoj stranici opservatorija u *fits* i *dat* formi.

Nakon prikupljanja podataka slijedi računanje heliografskih koordinata pojedinih grupa Sunčevih pjega u programskom paketu PHYTHON<sup>12</sup>. *Output* programa PHYTHON su nesređene datoteke u txt formatu. Te su datoteke uređene programom za uređivanje teksta, pri čemu je sređivanje uključivalo micanje raznih proreda i apostrofa koji se javljaju pri učitavanju datoteka. Na ovom je mjestu rađena i redukcija podataka na način da su primijenjena dva filtra (CMD filtar za heliografske koordinate i filtar na brzine) o kojima smo diskutirali u prethodnim

<sup>12</sup>Program je izradila I. Poljančić Beljan

odlomcima.

Korak koji je uslijedio nakon toga je korištenje sređenih ulaznih podataka kako bi se u PYTHON programu izračunale sinodičke brzine. Sinodičke brzine su u istom programu pretvorene u sideričke.

Nakon toga dostupni su svi potrebni podatci (heliografske koordinate i sideričke brzine) za računanje parametra ekvatorijalne brzine rotacije  $A$  te gradijenta diferencijalne rotacije  $B$ .

Kao krajnji rezultat dobiveni su profili diferencijalne rotacije za cijeli 24. ciklus Sunčeve aktivnosti, vrijednosti parametara  $A$  i  $B$  za godine 2009.-2020. zajedno sa pripadnim standardnim devijacijama, vremenske ovisnosti parametara  $A$  i  $B$  za cijeli ciklus kao i ovisnost istih o samoj Sunčevoj aktivnosti za vrijeme trajanja cijelog ciklusa.

Dobiveni rezultati i njihova interpretacija prikazani su u sljedećem odlomku rada.

## 5 Rezultati mjerenja i diskusija

### 5.1 Parametri diferencijalne rotacije za 24. ciklus Sunčeve aktivnosti

Tablica 3: Godišnje vrijednosti parametara diferencijalne rotacije i pripadne pogreške za 24. ciklus Sunčeve aktivnosti

Godina	DS (N+S)					rLSQ (N+S)				
	$A$	$\sigma_A$	$B$	$\sigma_B$	$N_{vl}$	$A$	$\sigma_A$	$B$	$\sigma_B$	$N_{vl}$
2009	13.86	1.22	1.58	6.72	28	15.07	0.75	-6.20	4.06	8
2010	14.40	0.22	-2.44	1.50	174	14.64	0.21	-3.22	1.41	39
2011	14.39	0.13	-2.42	1.11	691	14.33	0.15	-0.54	1.43	142
2012	14.43	0.12	-2.83	1.20	674	14.48	0.13	-2.74	1.22	142
2013	14.54	0.10	-2.90	1.04	678	14.46	0.11	-2.19	1.16	149
2014	14.42	0.08	-0.98	1.11	831	14.16	0.09	-3.40	1.31	180
2015	14.48	0.11	-1.19	1.77	527	14.53	0.16	-4.25	2.38	109
2016	14.60	0.13	-2.69	2.71	272	14.39	0.18	-1.44	3.84	61
2017	14.54	0.15	-2.25	3.08	183	14.91	0.18	-15.55	5.02	35
2018	14.69	0.28	-2.22	7.24	40	14.53	0.36	-3.26	13.73	10
2019	14.93	0.21	4.91	3.82	20	14.70	0.27	23.42	12.61	6
2020	14.36	0.39	-1.76	2.99	65	14.49	0.37	-2.43	2.43	13
24. ciklus	14.50	0.04	-2.74	0.42	4183	14.51	0.05	-2.57	0.49	894

Napomene. N+S označava da su izračuni napravljeni za obje hemisfere zajedno, parametri  $A$  i  $B$  te pripadne pogreške izražene su u  $^{\circ}$ /dan,  $N_{vl}$  je broj izračunatih sideričkih brzina s  $\pm 58^{\circ}$  CMD filtrom te  $8-19^{\circ}$ /dan filtrom brzina.

U tablici 3 prikazani su dobiveni rezultati za parametre diferencijalne rotacije  $A$  i  $B$ . Vrijednosti parametara izračunate su za svaku pojedinu godinu trajanja ciklusa, dakle zasebno za svaku godinu u razdoblju 2009.-2020. te za sve navedene godine zajedno, odnosno za cjeloukupan 24. ciklus. Također su izračunate pripadne standardne devijacije parametara  $A$  i  $B$ , za svaku godinu kao i za cijeli ciklus. Redukcija podataka koja uključuje uklanjanje onih mjerenja (sideričkih brzina) koje imaju vrijednosti izvan okvira dvaju filtara (CMD filtar i filtar brzina) također je provedena sukladno postupku opisanom u dijelu o obradi podataka. Analizu ponašanja parametara  $A$  i  $B$  nismo provodili zasebno za pojedinačne hemisfere (sjevernu i južnu) budući da su mjerenja prethodnih autora [6] pokazala jedva primjetnu asimetriju u rotaciji sjeverne i južne hemisfere za vremenski period 1964.-2016., što uključuje više od polovice promatranog 24. ciklusa.

Primjećujemo da standardne pogreške, za godine koje pripadaju maksimumu Sunčeve aktivnosti, (primjerice za 2014. godinu), nisu velike za parametar  $A$  budući da parametar  $A$  računamo koristeći veliki broj izračunatih sideričkih brzina  $N_{vl}$  u maksimumu aktivnosti. Primjećujemo da to nije slučaj za 2009. godinu, koja

pripada početku ciklusa Sunčeve aktivnosti, odnosno minimumu aktivnosti pa je samim time i broj mjerenja, odnosno izračunatih brzina mali (samo 28) što uzrokuje da standardna pogreška poprima veće vrijednosti. Standardne pogreške za parametar  $B$  su i po nekoliko puta veće od onih za  $A$  što je već viđen slučaj u prethodnim istraživanjima.

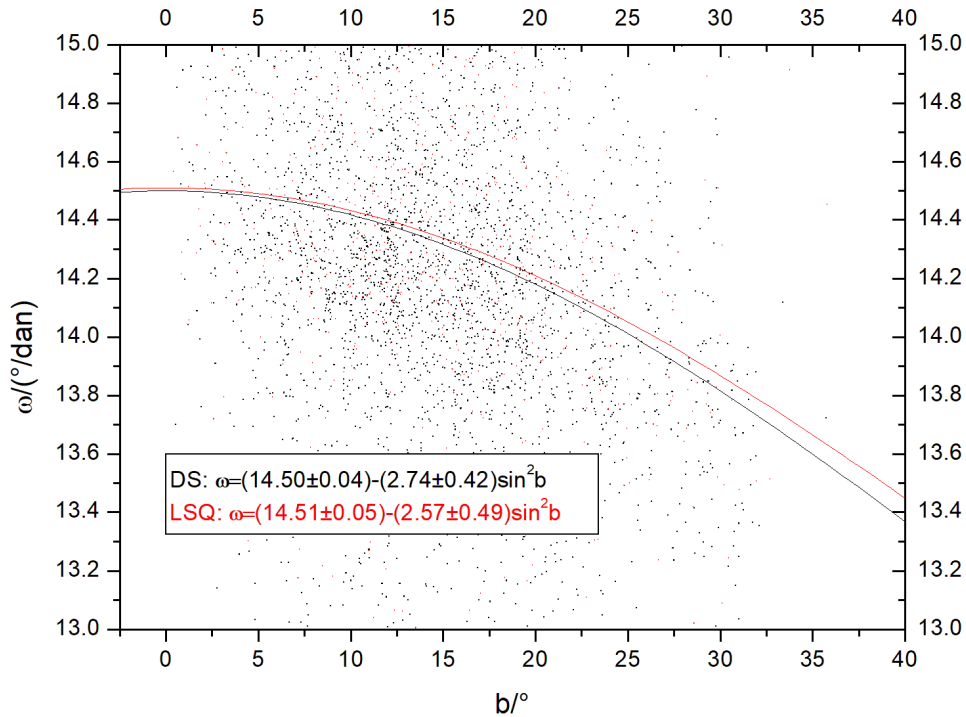
Ono što još možemo zaključiti je da su izračunate vrijednosti za cijeli 24. ciklus vrlo slične, neovisno jesmo li koristili DS metodu ili rLSQ metodu pri određivanju sideričkih rotacijskih brzina. U radu [6] također je pokazano da se ove dvije metode određivanja položaja, interaktivna i automatska, s obzirom na dobivene slične vrijednosti i pripadajuće standardne pogreške, mogu smatrati gotovo identičnima. Naravno napomenimo samo da je broj izračunatih rotacijskih brzina puno veći za DS metodu (4183) nego za rLSQ metodu (894) iz razloga što su kod potonje potrebna barem 3 mjerenja (3 točke na grafu).

## 5.2 Profili diferencijalne rotacije 24. ciklusa Sunčeve aktivnosti

Na slici 22 prikazani su dobiveni profili diferencijalne rotacije za cijeli 24. ciklus. Oni su određeni prilagodbom krivulje na prethodno dobivene rezultate za parametre  $A$  i  $B$  iz tablice 3 i to metodom najmanjih kvadrata u Origin programu. Pri dobivanju krivulje ovisnosti sideričkih brzina o heliografskim koordinatama korišten je naravno zakon diferencijalne rotacije, tj. jednačba 4. Dobiveni rezultati za DS metodu i rLSQ metodu su sljedeći:

$$\begin{aligned} \text{DS: } \omega &= (14.50 \pm 0.04) \frac{\text{stupanj}}{\text{dan}} - (2.74 \pm 0.42) \sin^2 b \frac{\text{stupanj}}{\text{dan}} \\ \text{rLSQ: } \omega &= (14.51 \pm 0.05) \frac{\text{stupanj}}{\text{dan}} - (2.57 \pm 0.49) \sin^2 b \frac{\text{stupanj}}{\text{dan}} \end{aligned}$$

Dobiveni profili diferencijalne rotacije potvrđuju teorijske pretpostavke i prijašnje eksperimentalne rezultate da Sunce rotira brže na ekvatoru dok se prema polovima brzina rotacije smanjuje. Navedeno je jasno uočljivo na slici 22. Naravno, podatke za tipove opažanih ustrojstava korištene u ovom radu (Sunčeve pjege) imamo samo do  $\pm 40^\circ$  zbog same prirode njihovog pojavljivanja. Profili diferencijalne rotacije dobiveni DS metodom i rLSQ metodom su vrlo slični. Ipak primjećujemo da su vrijednosti koje su dobivene rLSQ metodom malo veće od vrijednosti dobivenih DS metodom.

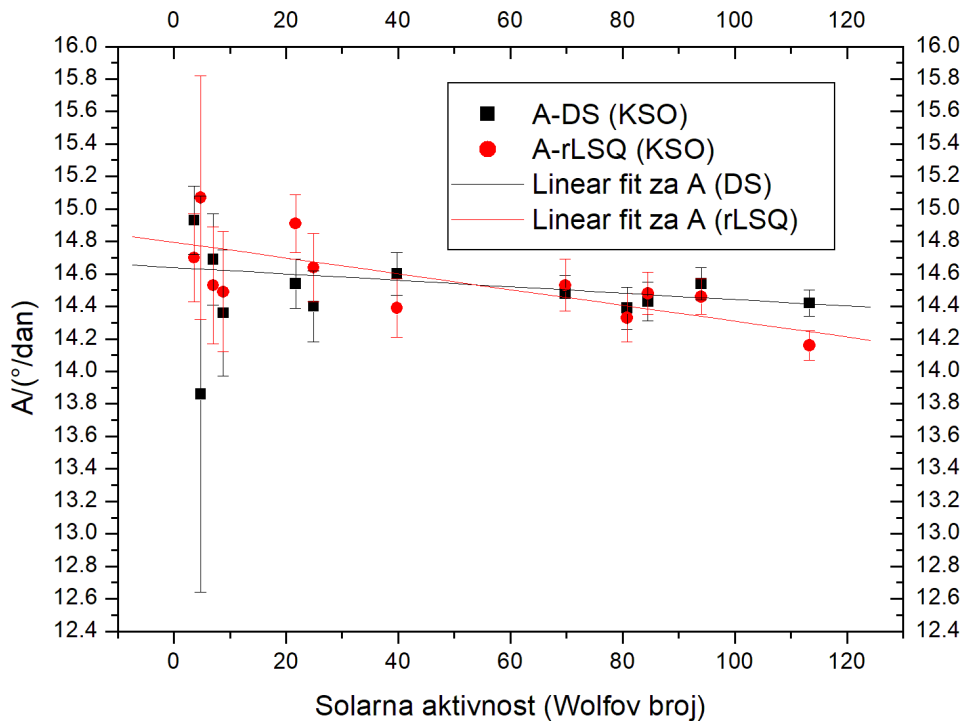


Slika 22: DR profili za cijeli 24. ciklus za DS metodu (crna krivulja) i rLSQ metodu crvena krivulja.  $\omega$  označava sideričku brzinu rotacije dok je  $b$  oznaka heliografske koordinate.

### 5.3 Ovisnost parametara $A$ i $B$ o Sunčevoj aktivnosti

Na slikama 23 i 24 prikazane su ovisnosti parametara  $A$  i  $B$  o Sunčevoj aktivnosti. Korišteni su prethodno dobiveni rezultati parametara  $A$  i  $B$  za cijeli 24. ciklus (2009.-2020.), dok se kao mjera Sunčeve aktivnosti za pojedinu godinu koristio Wolfov broj 5 i to srednje godišnje vrijednosti koje su preuzete sa *Sunspot Index and Long Term Solar Observation* (SILSO).<sup>13</sup>

<sup>13</sup>SILSO (*Sunspot Index and Long Term Solar Observation*) je mrežna stranica pod upravom Kraljevskog Opservatorija u Belgiji na kojoj su dostupni dugoročni opažajući podatci Sunčeve aktivnosti. Mrežna stranica SILSO-a



Slika 23: Parametar  $A$  u ovisnosti o Sunčevoj aktivnosti. Crni kvadratići predstavljaju mjerenja dobivena DS metodom dok crveni kružići predstavljaju mjerenja dobivena rLSQ metodom. Pripadni pravci linearne regresije provučeni su kroz odgovarajuća mjerenja.

Na obje slike možemo primijetiti da su pogreške pojedinačnih mjerenja veće za one godine ciklusa u kojima imamo manji broj mjerenja, tj. za godine koje pripadaju periodima minimuma Sunčeve aktivnosti. To se posebno ističe kod 2009. godine, naše prve godine mjerenja, u kojoj čak 260 dana nije bilo opažanja Sunčevih pjega.

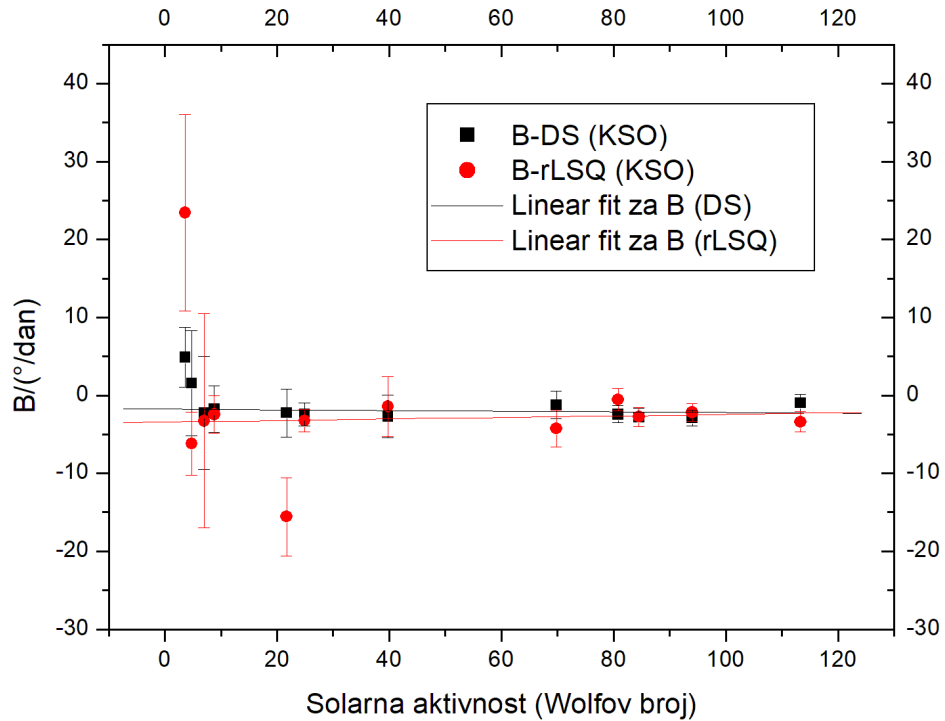
Iz slike 23 i statističkih podataka u tablici 4 (prvi i drugi redak) zaključujemo da analiza ovisnosti parametra  $A$  i Sunčeve aktivnosti pokazuje negativnu korelaciju (antikorelaciju)<sup>14</sup> između parametra  $A$  i aktivnosti za vrijeme trajanja 24. ciklusa. Pritom je antikorelacija za obje metode (DS i rLSQ) statistički signifikantna<sup>15</sup>.

S druge pak strane mjerenja za parametar  $B$ , koja su prikazana na grafu 24 i u

<sup>14</sup>**Pearsonov koeficijent korelacije** je mjera linearne korelacije između 2 seta podataka te poprima vrijednosti između -1 i 1, gdje -1 označava značajnu negativnu korelaciju, a +1 značajnu pozitivnu korelaciju. Vrijednost 0 označava da nema linearne korelacije među varijablama.

<sup>15</sup>**P-vrijednost** manja od 0.05 se obično smatra statistički signifikantnom.





Slika 24: Parametar  $B$  u ovisnosti o Sunčevoj aktivnosti. Crni kvadratići predstavljaju mjerenja dobivena DS metodom dok crveni kružići predstavljaju mjerenja dobivena rLSQ metodom. Pripadni pravci linearne regresije provučeni su kroz odgovarajuća mjerenja.

četvrtom i petom retku tablice 4 pokazuju vrlo slabu antikorelaciju između parametra  $B$  i aktivnosti pri čemu je ona insignifikantna za obje metode.

Ono što možemo zaključiti jest da su rezultati dobiveni za ovisnost parametra  $A$  o Sunčevoj aktivnosti u skladu s teorijskim predviđanjima (veća vrijednost parametra  $A$  u minimumu aktivnosti tj. antikorelacija) i statistički signifikantni ( $p$ -vrijednost manja od 0.05). Rezultati za gradijent diferencijalne rotacije  $B$  nisu u skladu s teorijskim predviđanjima (očekujemo pozitivnu korelaciju između parametra  $B$  i aktivnosti) te također nisu statistički signifikantni ( $p$ -vrijednost je dosta veća od 0.05 parametar  $B$  neovisno o korištenoj metodi).

Prema koeficijentu korelacije  $r$  i odgovarajućoj  $p$  vrijednosti, možemo zaključiti da je rLSQ metoda polučila nešto bolje rezultate za parametar  $A$  od DS metode. Isto možemo reći i za parametar  $B$ , no ti rezultati nisu u skladu s teoretskim

Tablica 4: Statistički rezultati dobiveni prilagođavanjem linearne krivulje ovisnosti parametara  $A$  i  $B$  Sunčevoj aktivnosti, odnosno relativnom Wolfovom broju.

Metoda	Nagib $A$	$N$	$r$	$p$
DS	$-0.0020 \pm 0.0008$	12	-0.59	0.04
rLSQ	$-0.0049 \pm 0.0011$	12	-0.80	0.002
Metoda	Nagib $B$	$N$	$r$	$p$
DS	$-0.0043 \pm 0.0112$	12	-0.11	0.72
rLSQ	$-0.0097 \pm 0.0198$	12	-0.15	0.63

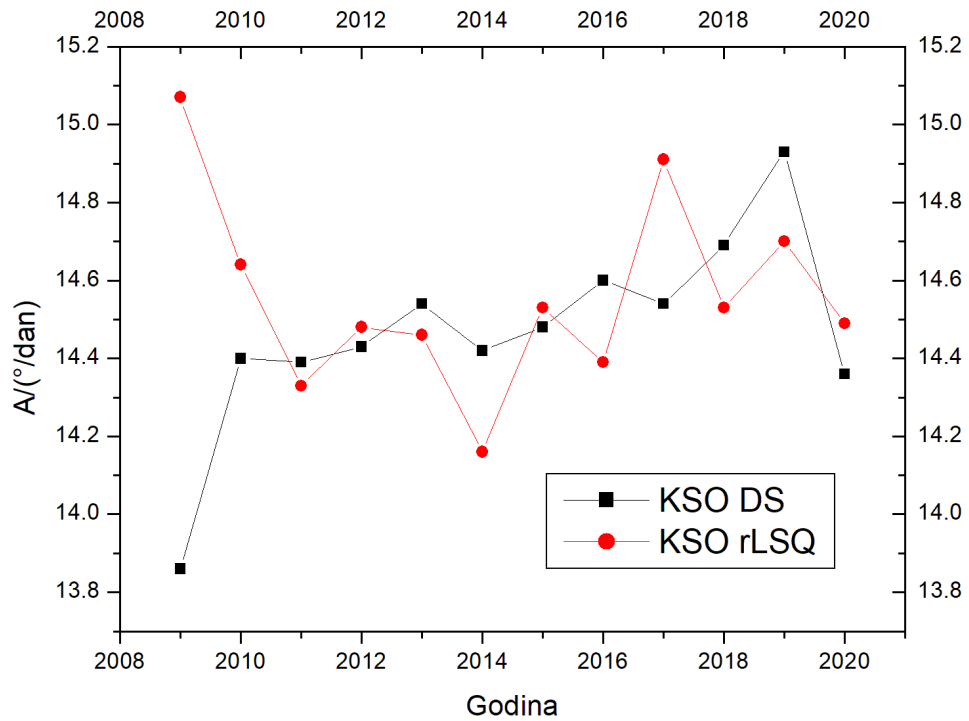
**Napomene.** U gornjoj tablici  $N$  označava broj godina/točaka; Nagib  $A$  (Nagib  $B$ ) je nagib pravca odgovarajućeg linearnog fita;  $r$  je Pearson-ov koeficijent korelacije;  $p$  označava odgovarajuću  $p$ -vrijednost.

predviđanjima. Prema tome, potrebno je provesti dodatne analize na podacima koji obuhvaćaju dulje vremenske periode.

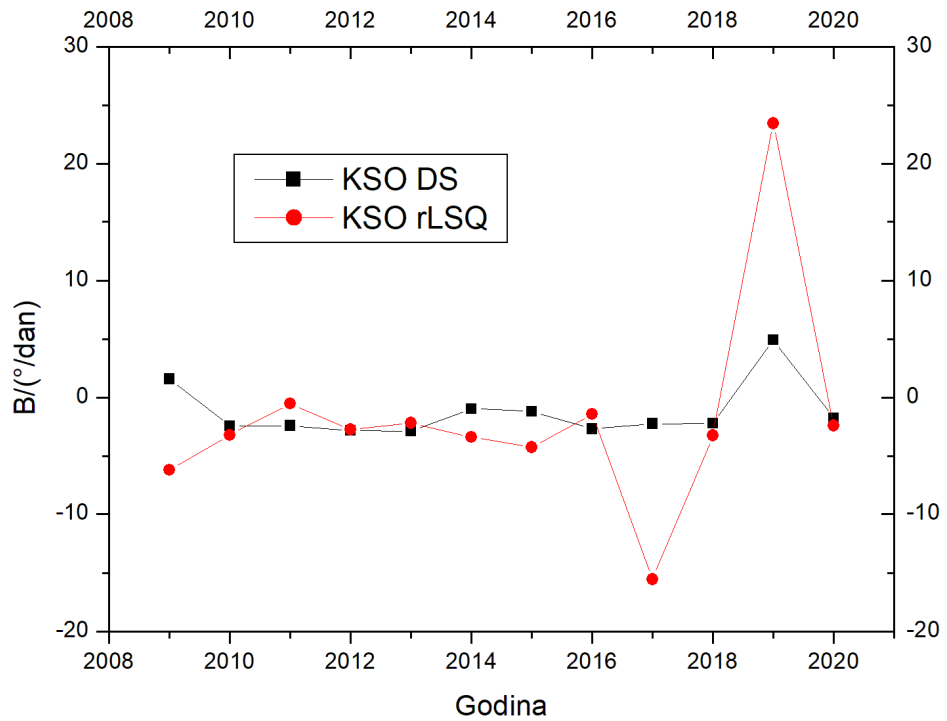
## 5.4 Vremenska ovisnost parametara $A$ i $B$

Na grafovima 25 i 26 prikazane su vremenske ovisnosti parametara  $A$  i  $B$  za cijeli 24. ciklus. Ono što možemo iz ovih podataka zaključiti jest da u maksimumu aktivnosti 24. ciklusa (2014. godina kada imamo najviše opažanja Sunčevih pjega) imamo najnižu vrijednost ekvatorske kutne brzine za razliku od ostalih faza ciklusa u kojima je ta vrijednost nešto viša (Ovo je vidljivo za rLSQ metodu dok ne vrijedi u slučaju DS metode iz razloga što vrijednosti za 2009. i 2020. godinu kod DS metode odstupaju od navedenog ponašanja.). Dobiveni rezultati u skladu su kako s teoretskim predviđanjima tako i dobivenom inverznom korelacijom između aktivnosti i parametra  $A$  u prethodnom odijeljku. Napomenimo još da za 2009. godinu rezultati nešto više odstupaju od tog trenda kao rezultat velike statističke pogreške uzrokovane malim brojem mjerenja u minimumu aktivnosti.

S druge strane vremenska ovisnost koja je dobivena za gradijent diferencijalne rotacije  $B$  o fazi ciklusa nije baš očita što smo mogli i očekivati nakon dobivene insignifikantne negativne korelacije parametra  $B$  i aktivnosti.



Slika 25: Vremenska ovisnost ekvatorske rotacijske brzine  $A$  za obje hemisfere zajedno (N+S) za DS metodu (crni kvadratići) i rLSQ metodu (crveni kružići).



Slika 26: Vremenska ovisnost gradijenta diferencijalne rotacije  $B$  za obje hemisfere zajedno (N+S) za DS metodu (crni kvadratići) i rLSQ metodu (crveni kružići).

## 6 Zaključak

Sunce je zvijezda od izuzetne važnosti za ljudski život i o kojoj zasigurno imamo najviše fizičkih podataka i opažanja. Praćenje Sunčeve aktivnosti od iznimne je važnosti kako za samu znanost tako i za život na Zemlji. Pravovremena i točna predviđanja raznih pojava na Suncu, poput koronalnih izbačaja mase, Sunčevog vjetra kao skupine ioniziranih čestica koje dolaskom do Zemlje mogu ometati rad satelita ili let komercijalnih aviona, vrlo su bitna kako bi se ovi i slični potencijalni problemi na vrijeme detektirali. Geomagnetske oluje (udarni val i oblak magnetskog polja Sunčevog vjetra) jedan su od primjera privremenih ometanja Zemljine magnetosfere, a posljedica su pojačane Sunčeve aktivnosti za vrijeme maksimuma Sunčevog ciklusa (do Zemlje dolaze otprilike 3 dana nakon detektiranja koronalnog izbačaja mase). Grana solarne fizike, koju nazivamo svemirskim vremenom, bavi se promijenjivim svemirskim uvjetima unutar Sunčevog sustava.

Dugogodišnja istraživanja Sunčeve rotacije i aktivnosti pokazala su da Sunce prolazi kroz jedan periodični ciklus minimuma i maksimuma aktivnosti koji prosječno traje 11 godina i nazivamo ga Schwabe-ovim ciklusom. Također je poznato da Sunce posjeduje diferencijalnu rotaciju zbog prirode magnetskog polja koje međudjeluje s gibanjima plazme konvektivne zone.

Najčešće korištena opažana ustrojstva pri određivanju Sunčeve aktivnosti u literaturi, koja su korištena i u ovom radu, su Sunčeve pjege, odnosno grupe Sunčevih pjega.

U ovom je radu obrađen 24. ciklus aktivnosti. Podatci koji su korišteni u obradi podataka preuzeti su s KSO opservatorija te su određene vrijednosti ekvatorijalne brzine rotacije  $A$  i gradijenta diferencijalne rotacije  $B$ . Koristeći te podatke zatim su napravljeni profili diferencijalne rotacije te su određene ovisnosti parametara o aktivnosti (Wolf-ov broj).

Dobiveni profili diferencijalne rotacije na površini Sunca pokazuju opadanje sideričke brzine rotacije od ekvatora prema maksimalnim heliografskim širinama na kojima se grupe pjega pojavljuju što je posljedica diferencijalne rotacije Sunca i u skladu je s prethodnim rezultatima drugih autora. Rezultati koje smo dobili za parametar  $A$  pokazuju signifikantnu antikorelaciju s indikacijama Sunčeve aktivnosti (relativnim Wolfovim brojem), što je u skladu s dosadašnjim istraživanjima kao i teoretskim predviđanjima. S druge pak strane rezultati koji su dobiveni za

parametar  $B$  pokazuju insignifikantnu slabu antikorelaciju što je također u skladu s dosadašnjim opažanjima, ali ne i sa teoretskim predviđanjima po kojima se očekuje pozitivna korelacija.

Možemo zaključiti da bi mjerenja koja su u ovom radu obavljena za 24. ciklus Sunčeve aktivnosti trebalo ponoviti na dugoročnijim podacima, tj. analizirati nekoliko Sunčevih ciklusa. U tom bi slučaju možda dobili bolji uvid u ponašanje gradijenta diferencijalne rotacije  $B$  o Sunčevoj aktivnosti.

## Popis slika

1	Shema diferencijalne rotacije Sunca. Izvor: [26] . . . . .	4
2	Struktura Sunčeve pjege. Izvor: [25] . . . . .	7
3	Umbralne točke i granulasta struktura Sunca, Institut za fiziku Sunca u Stockholm-u, Švedska. Izvor: [29] . . . . .	9
4	Modeli magnetskog polja umbre. Lijevo je prikazan model kompaktnog polja dok je desno prikazan <i>cluster</i> model. Izvor: [61] . . . . .	10
5	Magnetsko polje penumbre. Izvor: [61] . . . . .	11
6	Prva faza nastanka Sunčeve pjege. Izvor:[68] . . . . .	13
7	Druga faza nastanka Sunčeve pjege. Izvor: [68] . . . . .	14
8	Treća faza nastanka Sunčeve pjege. Izvor: [68] . . . . .	15
9	Četvrta faza nastanka Sunčeve pjege. Izvor: [68] . . . . .	16
10	Struktura Sunca. Izvor: [27] . . . . .	17
11	Profili diferencijalne rotacije. Izvor: [6] . . . . .	19
12	Rotacija u unutrašnjosti. Izvor: [30] . . . . .	20
13	Grupe Sunčevih pjega koje je Schwabe opazao u periodu od 1826. do 1843. što je rezultiralo otkrićem Sunčevog ciklusa. Izvor: [21] . . . . .	21
14	Hale-ov zakon polarizacije. Na lijevoj je strani prikazan magnetogram 22. Sunčevog ciklusa gdje žuta područja označavaju pozitivni polaritet, a plava negativni polaritet. Odgovarajući dijagram sljedećeg 23. Sunčevog ciklusa prikazan je na slici desno. Izvor: [21] . . . . .	23
15	Na gornjoj slici je prikazan Maunder-ov leptir dijagram gdje je bojom predstavljena brojnost pjega u pojedinom dijelu ciklusa. Na donjoj slici je prikazana ovisnost prosječne dnevne površine pjega o vremenu. Izvor: [21] . . . . .	24
16	Maunder-ov minimum. Izvor: [28] . . . . .	25
17	Parametar diferencijalne rotacije $A$ kao fukcija relativnog Wolfvog broja; mjesečnim vrijednostima odgovaraju crni kružići i puna linija, a godišnjim vrijednostima bijeli kružići i isprekidana linija. Tipične greške dane su u desnom donjem dijelu slike. Izvor: [34] . . . . .	28

18	Parametar diferencijalne rotacije $B$ kao fukcija relativnog Wolfvog broja; mjesečnim vrijednostima odgovaraju crni kružići i puna linija, a godišnjim vrijednostima bijeli kružići i isprekidana linija.. Tipične greške dane su u desnom donjem dijelu slike. Izvor: [34] . . . . .	29
19	Godišnje vrijednosti parametra $A$ u ovisnosti o Sunčevoj aktivnosti za 3 seta podataka: KSO, DPD i SOON/NOAA u periodu 1964-2016. Izvor: [8] . . . . .	30
20	Godišnje vrijednosti parametra $B$ u ovisnosti o Sunčevoj aktivnosti za 3 seta podataka: KSO, DPD i SOON/NOAA u periodu 1964-2016. Izvor: [8] . . . . .	31
21	Shematski prikaz postupka obrade podataka mjerenja . . . . .	36
22	DR profili za cijeli 24. ciklus za DS metodu (crna krivulja) i rLSQ metodu crvena krivulja. $\omega$ označava sideričku brzinu rotacije dok je $b$ oznaka heliografske koordinate. . . . .	40
23	Parametar $A$ u ovisnosti o Sunčevoj aktivnosti. Crni kvadratići predstavljaju mjerenja dobivena DS metodom dok crveni kružići predstavljaju mjerenja dobivena rLSQ metodom. Pripadni pravci linearne regresije provučeni su kroz odgovarajuća mjerenja. . . . .	41
24	Parametar $B$ u ovisnosti o Sunčevoj aktivnosti. Crni kvadratići predstavljaju mjerenja dobivena DS metodom dok crveni kružići predstavljaju mjerenja dobivena rLSQ metodom. Pripadni pravci linearne regresije provučeni su kroz odgovarajuća mjerenja. . . . .	42
25	Vremenska ovisnost ekvatorske rotacijske brzine $A$ za obje hemisfere zajedno (N+S) za DS metodu (crni kvadratići) i rLSQ metodu (crveni kružići). . . . .	44
26	Vremenska ovisnost gradijenta diferencijalne rotacije $B$ za obje hemisfere zajedno (N+S) za DS metodu (crni kvadratići) i rLSQ metodu (crveni kružići). . . . .	45

## Popis tablica

1	Fizička svojstva umbre i penumbre . . . . .	8
2	Koeficijenti smjera pravaca i pripadne pogreške . . . . .	32



3	Godišnje vrijednosti parametara diferencijalne rotacije i pripadne pogreške za 24. ciklus Sunčeve aktivnosti . . . . .	38
4	Statistički rezultati dobiveni prilagođavanjem linearne krivulje ovisnosti parametara $A$ i $B$ Sunčevoj aktivnosti, odnosno relativnom Wolfovom broju. . . . .	43

## Literatura

- [1] MJ Arévalo, R Gomez, M Vázquez, H Balthasar, and H Wöhl. Differential rotation and meridional motions of sunspots from 1874 to 1902. *Astronomy and Astrophysics*, 111:266–271, 1982.
- [2] OG Badalyan and VN Obridko. 22-year cycle of differential rotation of the solar corona and the rule by gnevyshev–ohl. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 466(4):4535–4539, 2017.
- [3] H Balthasar and E Fangmeier. Comparison of the differential rotation laws and meridional motions determined from sunspot positions taken from the greenwich photoheliographic results, the drawings of g. spoerer, and the kanzelhöhe data. *Astronomy and Astrophysics*, 203:381–384, 1988.
- [4] H Balthasar, M Vázquez, and H Wöhl. Differential rotation of sunspot groups in the period from 1874 through 1976 and changes of the rotation velocity within the solar cycle. *Astronomy and Astrophysics*, 155:87–98, 1986.
- [5] H Balthasar and H Wöhl. Differential rotation and meridional motions of sunspots in the years 1940-1968. *Astronomy and Astrophysics*, 92:111–116, 1980.
- [6] I Poljančič Beljan, R Jurdana-Šepić, R Brajša, D Sudar, D Ruždjak, D Hržina, W Pötzi, A Hanslmeier, A Veronig, I Skokić, et al. Solar differential rotation in the period 1964–2016 determined by the kanzelhöhe data set. *Astronomy & Astrophysics*, 606:A72, 2017.
- [7] I Poljančič Beljan, R Jurdana-Šepić, M Čargonja, et al. An analysis of the solar differential rotation from the kanzelhöhe sunspot drawings. *Central European Astrophysical Bulletin (CEAB)*, 2014.
- [8] I Poljančič Beljan, R Jurdana-Šepić, T Jurkić, R Brajša, I Skokić, D Sudar, D Ruždjak, D Hržina, W Pötzi, A Hanslmeier, et al. Variation in solar differential rotation and activity in the period 1964-2016 determined by the kanzelhöhe data set. *Astronomy & Astrophysics*, 2022.
- [9] L von Biermann. Der gegenwärtige stand der theorie konvektiver sonnenmodelle. *Vierteljahresschrift der Astronomischen Gesellschaft*, 76:194–200, 1941.

- [10] R Brajša, D Ruždjak, and H Wöhl. Temporal variations of the solar rotation determined by sunspot groups. *Solar Physics*, 237(2):365–382, 2006.
- [11] R Brajša, H Wöhl, D Ruždjak, B Vršnak, G Verbanac, L Svalgaard, and J-F Hochedez. On the solar rotation and activity. *Astronomische Nachrichten: Astronomical Notes*, 328(10):1013–1015, 2007.
- [12] R Brajša, H Wöhl, B Vršnak, D Ruždjak, D Sudar, D Roša, and D Hržina. Differential rotation of stable recurrent sunspot groups. *Solar Physics*, 206(2):229–241, 2002.
- [13] Allan Sacha Brun. On the interaction between differential rotation and magnetic fields in the sun. *Solar Physics*, 220(2):333–345, 2004.
- [14] Allan Sacha Brun and Matthias Rempel. Large scale flows in the solar convection zone. *Space Science Reviews*, 144(1):151–173, 2009.
- [15] Richard Christopher Carrington. *Observations of the spots on the Sun: from November 9, 1853, to March 24, 1861, made at Redhill*. Williams and Norgate, 1863.
- [16] Debi Prasad Choudhary, Klaus G Strassmeier, and Jürgen Warnecke. *The Physics of Sun and Star Spots*. Citeseer, 2011.
- [17] PV Foukal. Book review: Solar astrophysics/wiley interscience, 1990. *The Observatory*, 111:45, 1991.
- [18] PA Gilman and R Howard. Variations in solar rotation with the sunspot cycle. *The Astrophysical Journal*, 283:385–391, 1984.
- [19] SS Gupta, KR Sivaraman, and Robert F Howard. Measurement of kodaikanal white-light images–iii. rotation rates and activity cycle variations. *Solar Physics*, 188(2):225–236, 1999.
- [20] George E Hale, Ferdinand Ellerman, Seth Barnes Nicholson, and Alfred Harrison Joy. The magnetic polarity of sun-spots. *The Astrophysical Journal*, 49:153, 1919.
- [21] David H Hathaway. The solar cycle. *Living reviews in solar physics*, 12(1):1–87, 2015.

- [22] David H Hathaway and Robert M Wilson. Solar rotation and the sunspot cycle. *The Astrophysical Journal*, 357:271–274, 1990.
- [23] Robert Howard, PI Gilman, and PA Gilman. Rotation of the sun measured from mount wilson white-light images. *The Astrophysical Journal*, 283:373–384, 1984.
- [24] D Hrzina, D Rosa, A Hanslmeier, V Ruzdjak, and R Brajsa. Sungrabber-software for measurements on solar synoptic images. *Central European Astrophysical Bulletin*, 31, 2007.
- [25] <https://en.wikipedia.org/wiki/Sunspot>. Struktura sunčeve pjege, 2019. Zadnje posjećeno: 20.9.2022.
- [26] <https://scientificgamer.com/how-is-sunspot-formed/>. Shema diferencijalne rotacije sunca, 2019. Zadnje posjećeno: 20.9.2022.
- [27] <https://www.astroucionica.hr/zanimljivosti-o-suncu/>. Struktura sunca, 2019. Zadnje posjećeno: 15.9.2022.
- [28] <https://www.netzerowatch.com/solar-activity-and-the-next-maunder-minimum/>. Maunderov minimum, 2010. Zadnje posjećeno: 19.9.2022.
- [29] <https://www.su.se/isf/research/gallery/images/2003>. Umbralne točke i granulasta struktura sunca, 2017. Zadnje posjećeno: 15.9.2022.
- [30] <https://www.tufts.edu/>. Rotacija u unutrašnjosti sunca, 2010. Zadnje posjećeno: 15.9.2022.
- [31] J Javaraiah. Long-term variations in the solar differential rotation. *Solar Physics*, 212(1):23–49, 2003.
- [32] J Javaraiah, L Bertello, and RK Ulrich. Long-term variations in solar differential rotation and sunspot activity. *Solar Physics*, 232(1):25–40, 2005.
- [33] J Javaraiah and RK Ulrich. Solar-cycle-related variations in the solar differential rotation and meridional flow: a comparison. *Solar Physics*, 237(2):245–265, 2006.
- [34] R Jurdana-Šepić, R Brajša, H Wöhl, A Hanslmeier, I Poljančić, L Svalgaard, and SF Gissot. A relationship between the solar rotation and activity in the

- period 1998–2006 analysed by tracing small bright coronal structures in soho-eit images. *Astronomy & Astrophysics*, 534:A17, 2011.
- [35] Antonino F Lanza. On the time dependence of differential rotation in young late-type stars. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 373(2):819–826, 2006.
- [36] Antonino F Lanza. Angular momentum conservation and torsional oscillations in the sun and solar-like stars. *Astronomy & Astrophysics*, 471(3):1011–1022, 2007.
- [37] KD Leka and A Skumanich. The evolution of pores and the development of penumbrae. *The Astrophysical Journal*, 507(1):454, 1998.
- [38] KJ Li, W Feng, XJ Shi, JL Xie, PX Gao, and HF Liang. Long-term variations of solar differential rotation and sunspot activity: revisited. *Solar Physics*, 289(3):759–768, 2014.
- [39] G Lustig. The sun’s rotation derived from sunspots 1970-1979. *Astronomy and Astrophysics*, 106(1):151, 1982.
- [40] G Lustig. Solar rotation 1947-1981-determined from sunspot data. *Astronomy and Astrophysics*, 125:355–358, 1983.
- [41] PS McIntosh. The physics of sunspots, ed. *LE Cram & JH Thomas (Sunspot, NM: Sacramento Peak Observatory)*, 7, 1981.
- [42] Eugene N Parker. Sunspots and the physics of magnetic flux tubes. i-the general nature of the sunspot. ii-aerodynamic drag. *The Astrophysical Journal*, 230:905–923, 1979.
- [43] Pascal Petit, Moira Jardine, and Hendrik C Spruit. Magnetic fields throughout stellar evolution. In *Proc. IAU Symp*, volume 302, page 142, 2013.
- [44] Ivana Poljančić Beljan. *Properties of the solar velocity field indicated by motions of sunspot groups and coronal bright points*. PhD thesis, Karl-Franzens-Universität Graz, 2018.
- [45] W Pötzi. Digitizing the kso white light images. *Central European Astrophysical Bulletin*, 34:1–12, 2010.

- [46] Werner Pötzi, Astrid M Veronig, Manuela Temmer, Dietmar J Baumgartner, Heinrich Freislich, and Heinz Strutzmann. 70 years of sunspot observations at the kanzelhöhe observatory: Systematic study of parameters affecting the derivation of the relative sunspot number. *Solar Physics*, 291(9):3103–3122, 2016.
- [47] Pentti Pulkkinen and Ilkka Tuominen. Velocity structures from sunspot statistics in cycles 10 to 22. ii. latitudinal velocity and correlation functions. *Astronomy and Astrophysics*, 332:755–760, 1998.
- [48] D Roša, R Brajša, B Vršnak, and H Wöhl. The relation between the synodic and sidereal rotation period of the sun. *Solar Physics*, 159(2):393–398, 1995.
- [49] Günther Rüdiger and Rainer Hollerbach. *The magnetic universe: geophysical and astrophysical dynamo theory*. John Wiley & Sons, 2006.
- [50] Domagoj Ruždjak, Roman Brajša, Davor Sudar, Ivica Skokić, and Ivana Poljančić Beljan. A relationship between the solar rotation and activity analysed by tracing sunspot groups. *Solar physics*, 292(12):1–11, 2017.
- [51] EL Schatzman. Solar rotation and age. In *The Internal Solar Angular Velocity*, pages 159–171. Springer, 1987.
- [52] J Schou, HM Antia, S Basu, RS Bogart, RI Bush, SM Chitre, J Christensen-Dalsgaard, MP Di Mauro, WA Dziembowski, A Eff-Darwich, et al. Helioseismic studies of differential rotation in the solar envelope by the solar oscillations investigation using the michelson doppler imager. *The Astrophysical Journal*, 505(1):390, 1998.
- [53] Heinrich Schwabe. Sonnenbeobachtungen im jahre 1843. von herrn hofrath schwabe in dessau. *Astronomische Nachrichten*, 21:233, 1844.
- [54] I Skokić, R Brajša, D Roša, D Hržina, and H Wöhl. Validity of the relations between the synodic and sidereal rotation velocities of the sun. *Solar Physics*, 289(5):1471–1476, 2014.
- [55] Michal Sobotka, Peter N Brandt, and George W Simon. Fine structure in sunspots. i. sizes and lifetimes of umbral dots. *Astronomy and astrophysics*, 328:682–688, 1997.

- [56] M Stix. The sun's differential rotation. In *Reviews in Modern Astronomy 2*, pages 248–266. Springer, 1989.
- [57] Michael Stix. *The Sun: an introduction*. Springer Science & Business Media, 2004.
- [58] D Sudar, I Skokić, D Ruždjak, R Brajša, and H Wöhl. Tracing sunspot groups to determine angular momentum transfer on the sun. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 439(3):2377–2385, 2014.
- [59] Jean-Louis Tassoul and Monique Tassoul. A concise history of solar and stellar physics. In *A Concise History of Solar and Stellar Physics*. Princeton University Press, 2014.
- [60] JH Thomas and NO Weiss. Nato advanced science institutes (asi) series c, vol. 375. *Sunspots: Theory and observations*, pages 22–27, 1992.
- [61] JH Thomas and NO Weiss. *Sunspots and starspots*, cambridge univ, 2008.
- [62] Ilya G Usoskin. A history of solar activity over millennia. *Living Reviews in Solar Physics*, 14(1):1–97, 2017.
- [63] J Varela, A Strugarek, and AS Brun. Characterizing the feedback of magnetic field on the differential rotation of solar-like stars. *Advances in Space Research*, 58(8):1507–1521, 2016.
- [64] Dale Vrabc. Streaming magnetic features near sunspots. In *Symposium-International Astronomical Union*, volume 56, pages 201–231. Cambridge University Press, 1974.
- [65] B Vršnak, R Brajša, H Wöhl, V Ruždjak, F Clette, and J-F Hochedez. Properties of the solar velocity field indicated by motions of coronal bright points. *Astronomy & Astrophysics*, 404(3):1117–1127, 2003.
- [66] Bojan Vršnak. *Temelji fizike plazme*. Školska knjiga, 1996.
- [67] Peter R Wilson. *Solar and stellar activity cycles*. Cambridge University Press, 1994.
- [68] PR Wilson. The structure of a sunspot. *Solar Physics*, 3(2):243–257, 1968.

- [69] PR Wilson, D Burtonclay, and Y Li. The rotational structure of the region below the solar convection zone. *The Astrophysical Journal*, 489(1):395, 1997.
- [70] Xu Zhen-tao. The hexagram “feng” in “the book of changes” as the earliest written record of sunspot. *Chinese Astronomy*, 4(4):406, 1980.
- [71] F Zuccarello and RA Zappalá. Angular velocity during the cycle deduced using the sunspot group age selection methodology. *Astronomische Nachrichten: Astronomical Notes*, 324(5):464–473, 2003.
- [72] Cornelis Zwaan. On the appearance of magnetic flux in the solar photosphere. *Solar Physics*, 60(2):213–240, 1978.